შავი ზღვის საერთაშორისო უნივერსიტეტი

კომპიუტერული ტექნოლოგიების და საინჟინრო საქმის ფაკულტეტი

ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებების სიმბოლური გამოთვლის ტექნიკები **Maple**–ის გამოყენებით

ისა მუსლუ

სადოქტორო დისერტაციის ავტორეფერატი კომპიუტერული ტექნოლოგიების და საინჟინრო საქმეში

თბილისი / 2012

ხელმძღვანელი : პროფ. დოქტ. ნიაზი არი

ექსპერტები :

პროფ. დოქტ. ირაკლი როდონაია . . . .

დოქტ. ვიქტორია ბარამიძე . . . .

ოპონენტები:

ასოც. პროფ. დოქტ. ლაშა ეფრემიძე . . . .

პროფ. დოქტ. რომან სამხარაძე . . . .

ნაშრომის ზოგადი მახასიათებლები

თემის აქტუალობა:

კომპიუტერული ალგებრის სისტემები (შემოკლებით CAS) წარმოადგენენ მზარდი მნიშვნელობის პროფესიონალურ ინსტრუმენტებს მეცნიერული და ტექნიკური საქმიანობისფართო სპექტრისთვის. მან აღიარება მოიპოვა სულ რაღაც 1,2 წელიწადში, იმდენად, რომ პასუხისმგებელი გახდა მთელი საგანმანათლებლო პროცესის შედგენასა და მიწოდებაზე, როგორც პროფესიული ფორმირების, ასევე განვითარების თვალსაზრისით, ამასთანავე, იგი იღებს ვალდებულებას ამ სფეროს პროფესიონალებს შეუქმნას გარკვეული გარანტიები ამგვარი სისტემების შესაძლებლობებისა და შეზღუდვების შესაბამისი ცოდნის შეძენასა და მათი გამოყენების სწავლების ინკორპორირებისათვის ფართოდ პროფესიული აქტივობების ნიმუშებში.იგი იმდენად მნიშვნელოვანია, რომ საჭირო ხდება საბუნებისმეტყველო მეცნიერებისა და ინჟინერიის სტუდენტების მომზადება მომავალ პროფესიულ კარიერაში CAS-ების გამოყენების ათვისების მიმართულებით, ისინი აგრეთვე, რწმუნდებიან მრავალ სფეროში კონკურენტული კვლევების წარმოებისას კომპიუტერული ალგებრის სისტემების უშუალო სარგებელში. წამყვანიCAS-ები წარმოადგენენ მძლავრ ინსტრუმენტს, თუმცა მათი გამოყენება არ არის მოკლებული თანხმლები ხარვეზების არსებობას. მოცემულ ნაშრომში ამ ნაკლოვანებების დამუშავება წარმოდგენილია გაფართოებული სახით სხვადასხვა ილუსტრაციების საფუძველზე ერთ-ერთი ყველაზე პოპულარული CAS-ის, Maple-ს გამოყენებით.

ნაშრომისმიზნები და ამოცანები:

ODE არის ფართო მათემატიკური დისციპლინა, რომელიც მჭიდროდ უკავშირდება ორივე წმინდა მათემატიკურ გამოკვლევას და რეალური სამყაროს პრაქტიკებს.ფიზიკური კანონების მათემატიკური ფორმულირებების უმრავლესობა აღიწერება ODE-ს ტერმინებში, რაც წარსულში გახდა კიდეც მძლავრი მოტივაცია მათი შესწავლისთვის. მეოცე საუკუნეში მეცნიერების უაღრესად სწრაფმა განვითარებამ განაპირობა მისი გამოყენება აგრეთვე, ქიმიის, ბიოლოგიის,

მედიცინის, პოპულარული დინამიკის, გენეტიკური ინჟინერიის, ეკონომიკის, სოციალურ მეცნიერებებსა და სხვა დარგებში. სახეზეა ყველა დასახელებული დისციპლინისწინსვლა, ტრანსფორმაცია თვისებრივად მაღალ დონეზედა ახალი აღმოჩენების ინიცირება აღნიშნული სახის მათემატიკური მოდელირების დახმარებით.

ამავე დროს რეალური სამყაროს პრობლემები გვევლინებოდნენ წარსულში და დღესაც განაგრძობენ წმინდა მათემატიკური მეცნიერების საკუთრივ, ODE-ს ინტენსიურ შთაგონებას: მათ მივყავართ ახალი მათემატიკური მოდელების კონსტრუირებისკენ და მათემატიკოსების წინაშე აყენებენ გამოწვევებს მათი გადაჭრის ახალი მეთოდების მოძიების გზაზე.ასევე უნდა აღინიშნოს, რომ კომპიუტერული მეცნიერებების უაღრესად სწრაფ განვითარებას ადგილი ჰქონდა ბოლო სამი ათწლეულის განმავლობაში: მათემატიკოსები აღჭურვილნი გახდნენ მძლავრი ინსტრუმენტარიით, რომელიც ადრე ხელმისაწვდომი არ იყო.ეს ფაქტი მეცნიერებს უბიძგებდა უფრო კომპლექსური მათემატიკური მოდელების შემუშავებისკენ, რომელთა გადაჭრაც ადრე ძნელად შესაძლებელი, ან სულაც რთულად წარმოსაადგენი თუ გასააზრებელი რჩებოდა. რამდენადაც კომპიუტერებმა განსაზღვრეს მოცემული პრობლემის ზედმიწევნით მკაცრი დამუშავება, ისინი ძალზე სასარგებლო იარაღად იქცნენ კონკრეტული რიცხვითი შედეგების განსაზღვრისა და საინტერესო რაოდენობრივი ექსპერიმენტების განხორციელების გზაზე. ჩვეულებრივი დიაფერენციალური განტოლებების სფეროში ეს ფენომენი სულ უფრო მეტი მათემატიკოსის დაინტერესებას იწვევს არაწრფივი დიფერენციალური განტოლებების (Des) კვლევებით.ეს ფაქტი ძალზე კარგად დასტურდება ამ კვლევაში შეტანილი თანამშრომლობის წვლილით.

კომპიუტერული ალგებრის სისტემები წარმოადგენენ სამეცნიერო საგნების შესწავლისა და სწავლების რევოლუციურ საშუალებას, რომელიც განაწირობებს მათემატიკის ინტენსიური გამოყენების წახალისებას. CAS არიძლევა მხოლოდ სტანდარტული პროგრამირების ენების რაოდენობრივი გამოთვლების წარმოებისა და მიღებული შედეგების პლოტირების შესაძლებლობას ხერხების ფართო მრავალფეროვნების საფუძველზე, არამედ გრძელი და რთული სიმბოლური

მათემატიკური მანიპულაციების შესრულებასაც უზრუნველყოფს. მოცემული ტექსტის მიზანს წარმოადგენს იმის ჩვენება, თუ კომპიუტერული ალგებრის სისტემა (CAS) როგორ გამოიყენება პრობლემის გადაჭრისა და მათემატიკურ ფიზიკაში კონცეფტებისა და მეთოდების გამოკვლევის განხორციელებაში, CAS შეუძლია ფართო სპექტრის მათემატიკური ოპერაციების შესრულება, მათ შორის:

- ანალიტიკური დიფერენციაცია და ანალიტიუკური/რაოდენობრივი ინტეგრება
- ODE-PDE-ების ანალიტიკური/ რაოდენობრივი გადაწყვეტა
- ფუნქციების ტეილორ/ლაურენტის სერიის გაფართოებები
- ალგებრული გამოსახულებების მანიპულაციები და მარტივი გარდაქმნები
- ალგებრული განტოლებების ანალიტიკური/რაოდენობრივი ამოხსნა
- ორგანზომილებიანი და სამგანზომილებიანი ვექტორული ველების პროდუცირება და პლოტების გამოსახვა
- ანალიტიკური და რაოდენობრივი ამოხსნების ანიმაცია

თეზისები ეფუძნება მძლავრ Marple 13 ინფორმაციულ ტექნოლოგიურ საშუალებას ე.წ სოფტს (software).თეზისებში წარმოდგენილია IAAUუნივერსიტეტის DE კურსების კურიკულუმი.ეს კვლევა განკუთვნილია სპეციალურად ინჟინერიის სტუდენტებისთვის. თეზისების თემა წარმოადგენს ე.წ. case-study-ს გამოყენებას კომპიუტერული ალგებრის (CA) ურთიერთგადამკვეთ (კროსსექციურ) სფეროებში, რომელიც ოპერირებადია მათემატიკურ მეცნიერებებში, კომპიუტერულ მეცნიერებებში, ODE-ს კვლევით პროცესებში; პედაგოგიურ პროცესებსა და კომპიუტერიზებულ გარემოში ODE-ების სწავლებისა და სწავლის პროცესებში.

გამოკვლევის სამიზნე ამოცანები:

ნაშრომის მიზანს წარმოადგენს ODE-სთვის გამიზნული სიმბოლური გამოთვლითი ტექნიკების ილუსტრირება და კომპიუტერული ალგებრისთვის Case-study-სა და მისი აპლიკაციების განვითარება; აგრეთვე,მეცნიერების, კონსტრუქტორებისა და სტუდენტებისთვის კომპიუტერული ალგებრული სისტემის (CAS), Maple-ს გამოყენების ჩვენება. წინამდებარე კვლევით ჩვენ შევეცადეთ გაგვეხსნა გზა ახალი გამოკვლევებისა და ODE-ს ახლებური სწავლებისა

დასწავლისთვის, რომელიც სასწავლო პროცესს ბევრად უფრო მარტივს, სწრაფსა და კრეატიულს გახდიდა.

მოცემული ნაშრომით ჩვენ განიზნული გვაქვს აღნიშნული პრობლემების შემდგომი გადაწყვეტის მონახვა ისეთ საკითხებში, როგორიცაა:

1. CAS-ის მნიშვნელობის ახსნა სამეცნიერო და საგანმანათლებლო პროცესებში;
2. Maple-ს გაცნობა აღნიშნულ დომეინში (სფეროში) მის მოხმარებასთან დაკავშირებული მომხმარებლებისთვის;
3. case-study-ს პრეზენტაცია კომპიუტერული ალგებრის არეალში და მისი აპლიკაციები ODE-ში Maple-ს საშუალებით;
4. ODE-ში წარმოებული კალკულაციების გაერთიანება სიმბოლურ გამოთვლით ტექნიკებთან;
5. ტექნიკურიიარაღის მომზადება, რომელიც დაინტერესებულ პირებს უზრუნველყოფს ხელსაყრელი შესაძლებლობებით ახალი კვლევა-ძიებისა და აკადემიური კვლევების ჩასატარებლად.
6. Maplet აპლიკაციის შექმნა ODE-ს სწავლებისა და სწავლის პროცესების ინტენსიფიკაციისთვის.

გამოკვლევის საგანს წარმოადგენს ODE-ების სიმბოლური გამოთვლითი ტექნიკების გამოკვლევა, ამოხსნის მეთოდების Maple-ს აპლიკაციებისა და Maplet აპლიკაციების შექმნა.

გამოკვლევის მეთოდები:

ნაშრომის მეთოდოლოგია ეფუძნება ODE-ს თეორიებსა და მათემატიკურ პრაქტიკებს, მათემატიკის სიმბოლური გამოთვლების ტექნიკებს, რომლებიც ODE-ში ოპერირებენ, მათემატიკურ მეთოდებს, კომპიუტერული ალგებრული სისტემების სამეცნიერო და საგანმანათლებლო მიზნით გამოყენებას.ნაშრომის შინაარსობრივი თანმიმდევრობა წარმოდგენილი კურიკულუმის პარალელურია; პედაგოგიური შინაარსის დიზაინი არ არის დამთრგუნველი და დამაბნეველი ეფექტის მქონე

შემსწავლელებისთვის, რომლებიც შეჩვეულნი არიან საკურსო წიგნებთან ურთიერთობას.

პრაქტიკული მნიშვნელობა:

ნაშრომის პრაქტიკული მნიშვნელობა მდგომარეობს ODE-ს გადაჭრის მეთოდების Maple და Maplet აპლიკაციების სწავლებისა და სწავლის პროცესებში წარმატებით გამოყენების შესაძლებლობაში უნივერსიტეტებში საინჟინრო, ელექტროობისა და ელექტრონიკის დეპარტამენტებში. კერძოდ კი, Maplet აპლიკაციების, როგორც ლოგისტიკური იარაღის გამოყენების შანსი,ODE-ს სწავლების საქმეში. ეს აპლიკაციები უკვე 3 წლის განმავლკობაში მოქმედებს გამოყენებითი მათემატიკური სოფტის (software)Maple კურსში IAAU უნივერსიტეტში ინჟინერიის ფალულტეტზე.

ნაშრომის მეცნიერული სიახლე, ნოვაცია:

1. ODE კვლევებში გამოყენებული მათემატიკური მეთოდების გაერთიანება;
2. ODE გამოთვლებში Maple-ს გონივრული, მოსახერხებელი მოხმარების მოდელის შემუშავება;
3. უმაღლესი დონის მათემატიკას გამოყენების გზამკვლევი ინსტრუმენტის განვითარება ინჟინერიის სხვა დარგებისთვის;
4. სასწავლო აუდიტორიებში საგანმანათლებლო პროცესებოს მხარდამჭერი ინსტრუმენტის შემუშავება შემსწავლელთა ხელით და ავტომატური გამოთვლითი უნარების გაძლიერების მიზნით;
5. ODEსფეროში Maple-ს გზით პირველი ნაბიჯის შემუშავება ახალი სამეცნიერო და აკადემიური კვლევების განვითარებისთვის.

დეფინიციის პრობლემა

კომპიუტერული ალგებრული სისტემების გამოყენება სწავლებისა და სწავლის პროცესებში საკუთრივ კი, მათემატიკური განათლების თვალსაზრისით. დღეს მათემატიკური განათლების პროცესში უამრავი კომპიუტერული ალგებრის სისტემამოქმედებს. მათ შორის ყველაზე ცნობილია Maple,Matlab, Mathematica და ა.შ.

დღეს Maple კომპიუტერული ალგებრის სისტემას უმაღლეს სკოლებში, კოლეჯებსა და უნივერსიტეტებში ფართო გამოყენება გააჩნია. Maple უპირატესობის მქონეა თავისი მძლავრი მათემატიკური აპარატის გამო.პრობლემას ქმნის მისი გამოყენების სპეციფიკა სასწავლო აუდიტორიებში მათემატიკის სწავლებისას. არსებობს უამრავი ნაშრომიMaple და Maplet-ის გამოყენების შესახებ. Maplet-ის საკმაოდ ბევრი აპლიკაცია დაწერილია არითმეტიკის, ტრიგონომეტრიის, პრე-აღრიცხვებსა და აღრიცხვებზე, მაგრამ ძალზე ცოტა შეეხება დიფერენციალურ განტოლებებს.

აღნიშნულ ნაშრომში ჩვენ წარმოვადგენთ, თუ როგორ შეგვიძლია დავიხმაროთ ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებების სწავლებაშიMaple და Maplet საშუალებები.

გამოკვლევის საფეხურები:

მთელი გამოკვლევა მოიცავს მუშაობას შემდეგ საფეხურებზე:

- პრობლემის დეფინიცია
- კომპიუტერული ალგებრის სისტემის დეფინიცია და მისი გამნოყენების განსაზღვრა სწავლებისა და სწავლის პროცესებში, საკუთრივ მათემატიკის სწავლებისა და სწავლის კუთხით
- ODE-ს შესახებ ზოგიერთი Maple სინტაქსისი
- ODE კლასიფიკაციები
- ODE სიმბოლური და რაოდენობრივი ამოხსნის მეთოდები
- Maple-ს მეშვეობით ODE ამოხსნის მეთოდების აპლიკაციები
- მოკლე მიმოხილვითი ინფორმაცია Maple-ს შესახებ
- Maplet და Maplet-ის შექმნის გზები
- ODE-ს Maplet აპლიკაციები

ნაშრომის შინაარსი:

ნაშრომი შედგება 4 თავისგან.

პირველი თავი მოიცავს ინფორმაციას კომპიუტერული ალგებრის, კომპიუტერული ალგებრული სისტემების, MapleCAS, Maple კოდების რამდენიმე მაგაკლითს,DE-ს შესავალს Maple-ში, Maple-ს კლასიფიკაციას რიგების მიხედვით, 1 რიგის განტოლებებს, პირველი რიგის ტოლობის სისტემებს,. პირველირიგის დიფერენციალური განტოლება კლასიფიცირდება როგორც განტოლობები ცვლადთა განცალებით, წრფივი განტოლებები, ზუსტი ტოლობები, ჰომოგენური (ერთგვაროვანი) განტოლებები, ბერნულისა და რიკატის განტოლებები. პირველირიგის ტოლობითი სისტემები იყოფა ორ ქვეთავად ექვილიბრიუმული (გამათანაბრებელი) ანალიზი, გრაფიკული ანალიზი, ანალიტიკური გადაწყვეტები და რაოდენობრივი ამოხსნები. ექვილიბრიმულ (გამათანაბრებელ) ანალიზში ნულოვანი და ეკვილიბრიუმული (გამათანაბრებელი)განტოლებები განიხილება.რიცხვითგანტოლობებში შეისწავლება ეკვილიბრიუმის (გათანაბრების) წერტილები და გადახრის ველები. დაწვრილებით განიხილება ეკვილიბრიუმულ წერტილებში ფაზურიგამოსახულებები 2D წრფივი ავტონომიური სისტემებისთვის და ფაზურიგამოსახულებები 2D არაწრფივი ავტონომიური სისტემებისთვის.

მეორე თავი შეეხება ისეთ საკითხებს, როგორიცააODE-ს სიმბოლური გადაწყვეტის მეთოდები,წრფივი და არაწრფივიგანტოლობები, სუპერპოზიცია, მწკრივის შეკვეცა, ქაუჩი-ეილერის განტოლებების კერძო გადაწყვეტები, კერძო გადაწყვეტებში განუსაზღვრელი კოეფიციენტების მეთოდი, პარამეტრების ვარიაცია, ტრანსფერული (გადამყვანი) ფუნქციები და სიხშირული ასახვის მრუდები, ფისვაის-განსაზღვრული და იმპულსური ფუნქციები, ჰევისაიდის ფუნქციების ლაპლასური გარდაქმნები, დიეაქის ფუნქციების ლაპლასური გარდაქმნები, პაუერის სერიის ამონახსნები, რიგითი და სინგულარული წერტილები, ფრობენიუსის მეთოდი, ლეჟენგრეს განტოლებები, ბესელის განტოლებები.

მესამე თავში მოქცეულია ODE-ს რიცხვითი ამოხსნების მეთოდი და აპლიკაციები, ფოტოგრაფირების მეთოდი, სრული დიფერენციაციის მეთოდი,

ეილერის მეთოდი, რანჯ-კიუტას მეთოდი. მეორე რიგის შემოსაზღვრული (თუ ზღვრული) მნიშვნელობების პრობლემები განიხილება ფოტოგრაფირების მეთოდში. რანჯ-კიუტას მეთოდში გარჩეულია რანჯ-კიუტას ცხადი იმპლიმენტაცია და Ddsolve ბრძანების გამოყენება რანჯ-კიუტას საშუალებით. და ბოლოს, მოცემულია ელექტრული წრედების რამდენიმე შემთხვევა და ინჟინრებისთვის განკუთვნილი პრაქტიკული გადაწყვეტა.

მეოთხე თავში გამოიყოფა ODE-სMaple და Maplet აპლიკაციები, Maplet დეფინიცია და Maplet შექმნის ხერხები, Maplet-ის შექმნა კოდების გზით, Maplet-ების აგება Maplet ამგები ასისტენტის (Maplet Builder Assistent) დახმარებით, ODE-ს განცალების განტოლებების Maple აპლიკაციები, პირველი რიგის წრფივიDE-ები, ბერნულის დიფერენციალური განტოლებები, მეორე რიგის ერთგვაროვანი და არაერთგვაროვანი მუდმივი კორფიციენტის დიფერენციალური განტოლებები, ODE-ს რიცხვითი ამოხსნები.

თეზისების თემატური ბმულები (კავშირები)

თეზისების თემა წარმოადგენს ე.წ. case-study-ს კომპიუტერული ალგებრის ერთიერთგადამკვეთ (ინტერსექციურ) სფეროებში, რომელიც გამოიყენება მათემატიკურ და კომპიუტერულ მეცნიერებებში, ODE-ს კვლევით პროცესებში, პედაგოგიურ როცესებში, კომპიუტერიზებულ გარემოში ODE-ს სწავლებისა და სწავლის პროცესებში.

ნაშრომის აპრობაცია და კვლევითი შედეგების იმპლიმენტაცია

კვლევის შედეგები წარმოდგენილი იქნა შემდეგ კონფერენციებზე:

ყველა პუბლიკაცია, რომელიც კვლევის შედეგების გამოცემას ახდენს მოცემულია მითითებულ ლიტერატურაში.

ნაშრომის მოცულობა და სტრუქტურა:

თეზისები მოიცავს 178 გვერდს და შედგება შესავლის, ორი ნაწილისა და დასკვენისგან.

მაგალითები თეზისებიდან

1.1.2. ზოგიერთი კომერციული და ღია წყაროს კომპიუტერული ალგებრის სისყემები: MAPLE, Macsyma, MuMath, Derive, Scilab, SAGE, Maxima, Magma, Mathematica, Matlab

1.1.3. კომპიუტერული ალგებრის სისტემების (CAS) გამოყენება:

სისტემის გამოყენება შეიძლება შეჯამდეს შემდეგი სახით:

1. მათემატიკოსები და მასთან დაახლოებული მკვლევარები CAS-ებს იყენებენ ახალი იდეებისა და ახალი მათემატიკური სტრუქტურების გამოსავლენად
2. CAS-ები მკვლევარებს არა მხოლოდ გაანგარიშებებში ეხმარებიან, რომლებიც სხვა შემთხვევაში, ბევრად უფრო დამღლელი, ენერგიისა და დროის დამკარგავი იქნებოდა, არამედ ისინი ახდენენ მეცნიერთა წახალისებას ისეთი გაანგარიშებების განჭვრეტასა და გააზრებისკენ, რომელთა შესრულებაც სხვა ხერხით პრაქტიკულად შეუძლებლად მიიჩნეოდა
3. მათემატიკურად ნაკლებად კარგად კვალიფიცირებულ მომხმარებლებს შეუძლიათ მიმართონ კომპიუტერულ ალგებრულ სისტემებს არაერთი მანიპულაციების შესასრულებლად, რომელთა შესრულებაც ხელით არასაიმედო იქნებოდა მანიპულაციური უნარ-ჩვევების ნაკლებობის გამო. აქედან გამომდინარე, ამგვარი მომხმარებლებისთვის CAS-ები მოქმედებენ როგორც მათემატიკური მრჩეველები და ექსპერტები.

1.1.4. CAS-ის გამოყენების უპირატესობები:

1. CAS აბათილებს საფასურს წმინდა მათემატიკურად ასათვისებელი უნარების გამო

2. CAS აძლევს სტუდენტებს კონცეფტებზე არადეტალურად კონცენტრირების საშუალებას

3. CAS მოქმედებს როგორც კომპიუტერული თანაშემწე რუტინული პროცრდურების საწარმოებლად

4. CAS უზრუნველყოფს სტანდარტული ინსტრუმენტების მიწოდებას

5. CAS მოქმედებს როგორც ექსპერტი სისტემა

8. CAS ბევრად მარტივად აწარმოებს გრაფიკების აგებასა და ვიზუალიზაციას

7. CAS ახდენს კვლევისა და ექსპერიმენტის წახალისებას

8. CAS-ები იძლევიან უფრო რეალისტური მაგალითების გამოყენების საშუალებას

9. CAS-ები შეიძლება გამოყენებული იყვნენ პროგრამირების სწავლებისთვის

10. CAS-ები შეიძლება გამოდგეს ლექტორებისთვის კომპლექსური/ანიმაციური ვიზუალიზაციის კონსტრუირებისა და ინსტრუქციათა გაუმჯობესებისთვის.

1.1.5. CAS-ის მათემატიკური თავისებურებები

ზოგადად, CAS გააჩნია 4 ძირითადი ნაწილი iris, kernel, library,Privat Llibraries. მაგალითად.,Maple-ს სტრუქტურა მოცემულია ქვემოთ მოყვანილ ცხრილში.

1.1.7. კომპიუტერულიალგებრის სისტემები და განათლება

მ. კეტლინ ჰეიდი(1984, 1988) იყო პირველი, ვინც CAS გამოიყენა გამოთვლითი კურსის რეორგანიზაციისთვის. პირველი კონფერენცია, სადაც აღინიშნა გამოთვლითი მიზნებისთვის CAS-ისა და კალკულატორების გამოყენება, იყო “კონფერენცია/პრაქტიკუმი (Workshop) კურიკულუმისა და სწავლების მეთოდების შემუშავება გამოთვლებისთვის კოლეჯის დონეზე” (რომელიც ჩატარდა ტულანის უნივერსიტეტში 1966 წლის იანვარში). ამ კონფერენციაზედონალდ სმოლი და ჯონ ჰოსაკი (1986), რომლებმაცკომპიუტერული ალგებრის საშუალებით ექსპერიმენტები ჩაატარეს, აცხადებდნენ, რომ CAS-ისგამოყენება შემდეგი მიზნებისთვის იყო შესაძლებელი:

ა) კონცეფტუალური გაგების გაუმჯობესება

ბ) მიახლოებითი ამოხსნისა და შეცდომებითშემოსაზღვრული ანალიზის სწავლება

გ) სავარჯიშოებისა და ტესტირების საკითხების გაუმჯობესება

დ) მწირი ალგებრული უნარ-ჩვევების გავლენითგამოწვეული შეზღუდვების დაძლევა

ე) CAS-ის საშუალებით სტუდენტებისთვის კალკულირების ღირებული იდეებისგამოვლენისა და ამ იდეების გამოყენების შესაძლებლობის მიცემა შედარებით რეალისტური პრობლემების გადასაჭრელად

1.1.8. **CAS-ის გამოყენება მათემატიკის სწავლებისთვის**:

ა) სტუდენტებს ექმნებათ უფრო რთული პრობლემების შესწავლის უნარი, რადგან აღარ არსებობს ყველა საჭირო მანიპულაციის ხელით შესრულების აუცილებლობა

ბ) სტუდენტებს ეძლევათCAS-ის გრაფიკული შესაძლებლობების გამოყენება გაანგარიშებათა კონცეფტების გეომეტრიული პერსპექტივის წარმოდგენისთვის.

ც) სტუდენტები წერენ თავიანთი ნაშრომების შესახებ

დ) სტუდენტები თვითონვე ახდენენ მნიშვნელობების შესწავლასა და შექმნას

ე) კოოპერატიული სწავლებისა და ჯგუფური მუშაობის ზოგიერთი ფორმა

თუკი აღნიშნული ტექნოლოგია სათანადოდ გამოიყენება, მაშინ იგი განაპირობებს:

ა) უფრო ეფექტური სწავლებისა და სწავლის სისტემას

ბ) სტუდენტის უფრო დამოუკიდებელ პროდუქტიულ აქტივობას

ც) სტუდენტის მეტ კრეატიულობას

დ) მასწავლებლის მზარდ მნიშვნელობას

1.1.9. კომპიუტერული ალგებრის სისტემა მათემატიკურ განათლებაში

რუთენმა, რუშამმა და ჩაპლინმა (Ruthen, Rousham და Chaplin (1097) თავიანთი კვლევის ბოლოს მიაკვლიეს შემდეგ მიგნებებს:

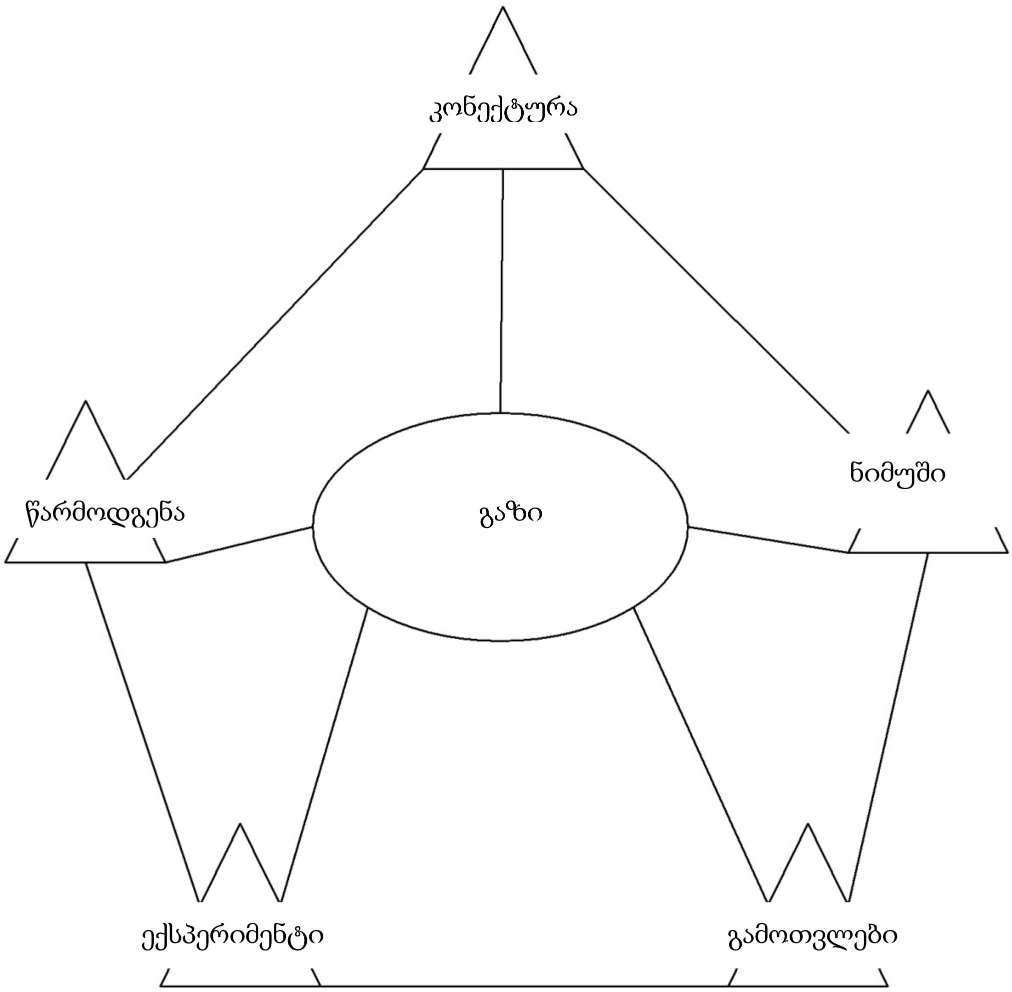
- CAS-ს შეუძლია პოზიტიური როლის შესრულება სააზროვნო სისტემის როგორც კოგნიტური ინსტრუმენტის რეორგანიზაციის საქმეში
- CAS-სშეუძლია მოგვცეს არარუტინულ პრობლემებთან ბრძოლის შანსი
- CAS-სშეუძლია უზრუნველყოს ინტერაქტიური სასწავლო გარემო
- CAS-ს გააჩნია აზროვნების საზღვრების გაფართოების შესაძლებლობები

ასპესტბერგერმა (1998) შემოგვთავაზა CAS-ისგამოყენება იმ პრობლემების გადასაწყვეტად, რომლებიც დაადგინა თავის გამოკვლევაში:

- როცა მასწავლებლებსსთხოვენ ფრაზის არჩევას ინტეგრების კონცეფტისთვის, ბევრი მათგანი ირჩევს ფრაზას “”დერივაციულის ინვერსიას” ნაცვლად “რაიემანის ჯამისა”
- მასწავლებლები კარგავენ უამრავ დროს წარმოებული ფუნქციის ინვერსიული ფუნქციის პოვნის წესების განსაზღვრაზე
- ფურცლისა და ფანქრის (paper and pencil operation) ოპერაციების სიძნელეები მოითხოვს მარტივი პროიბლემების არჩევას

განუზომელიაკომპიუტერული ალგებრის სისტემების გავლენა მათემატიკის კურიკულუმზე. მათემატიკის ინსტრუქტორები თანდათანობით ცვლიან თავიანთი სწავლების ტექნიკებს ამ ტექნოლოგიების გამო. CAS-ები რატომ გვევლინებიან მათემატიკური მოქმედებების ასეთ მძლავრ იარაღად?ხუთი არსებითი ელემენტი აქცევს CAS-ს მათემატიკური განათლების უნიკალურ ინსტრუმენტად. ესელემენტები ქვემოთაა მოცემული:

(CAS: ვარაუდი, ვიზუალიზაცია, ნიმუში, ექსპერიმენტი, გამოანგარიშება)



დიაგრამა 1.1. CAS-ის ხუთი უნიკალური ელემენტი

ლიტერატურაში არაერთი მეცნიერული გამოკვლევის შედეგად, შეიძლება ითქვას, რომ არავის შეუძლია იმისი გარანტირება, რომ კომპიუტერი მომგებიანია როგორც წასაკითხი ინსტრუქციის ტვირთისგან ბოლომდე გათავისუფლების საშუალება, იგი ზრდის წარმატებ\ის ალბათობას. აუცილებლობას წარმოადგენს აგრეთვე, მაღალი ხარისხი და კრეატიული ინსტრუქციული დიზაინი შეჯერებული ფრთხილ შეფასებასა და გადამოწმებასთან. (Allessi&Trollip, 2001.).CAS წარმოადგენს კატალიზარტორს სტუდენტთათვის რთული აბსტრაქტული მათემატიკური კონცეფტების გაგების გაუმჯობესებაში.

1.1.10. Maple-ს კომპიუტერული ალგებრის სისტემა:

Maple არის CAS, რომელიც პირველად შემუშავებულ იქნა ვატერლოოს უნივერსიტეტში გვიან 1970-იან წლებში.ადრეული ვერსიები შედგენილი იყო ძირითადი ჩარჩომულტიმოხმარებისა და მინიკომპიუტერებში მუშაობისთვის, უმთავრესად UNIXოპერატიული სისტემებისთვის.სულუფრო მძლავრი მიკროკომპიუტერების გაუმჯობესებისა და განვითარების შესაბამისად ასევე ვითარდებაMaple-ს ვერსიებიც, რომლებიც MS-Windows-ისა და MacOS ოპერატიულ სისტემებზე მუშაობდნენ.ამნაშრომში ზოგი გაანგარიშებების წარმოება მოხდა MS Windows-ის ვერსიების გამოყენებით, თუმცა იგივეგაანგარიშებებინაწარმოები იქნა სხვა სისტემების საშუალებით. Maple წარმოადგენს ზოგადი მიზნის მრავალმხრივ კომპიუტერული ალგებრის სისტემას.იგი გამოიყენება უპირატესად განათლების სისტემასა და საბუნებისმეტყველო მეცნიერულ კვლევებში, მათემატიკასა და ინჟინერიაში.Maple-ს შეუძლია ორივე, როგორც სიმბოლური, ასევე რაოდენობრივი გამოთვლების შესრულება და გააჩნია 2D და 3D გრაფიკულიგამოსახვის შესაძლ,ებლობები. Maple-ს უახლესი ვერსია Maple 15 გააჩნია გასართოებიგანახლებული სამომხმარებლო ინტერფეისი, სადაც მოქცეულია ამ სამივე შესაძლებლობის ინტეგრირებული უნარები ტექსტის დოკუმენტში, რომელიც იწოდება worksheet (სამუშაო ცხრილად).Worksheet-ები არიან შესანიშნავი მედიაციის საშუალებები შედეგებისა და სასწავლო მასალების პრეზენტაციისა და კომუნიკაციისთვის. თავისებურება, რისი წყალობითაც სამუშაო ცხრილები (worksheet) განსაკუთრებით მიმზიდველი ხდება იმაში მდგომარეობს, რომ Maple-ს საშუალებით გამოთვლების შედეგები შესრულებულია მაღალი ხარისხის ფონტით და სრული მათემატიკური სიმბოლოების მხარდაჭერის აპარატით, ბერძნული თვისებებით, ქვეინდექსებით და ა.შ. Maple აგრეთვე, წარმოადგენს პროგრამირების ენას. მასში არის ჩაწერილი თითქმის ყველა მათემატიკური და გრაფიკული შესაძლებლობა.

სივრცითეფექტურობაზე მიმართული ყურადღება სისტემას ეხმარება ფართო პრობლემების ჩართვაში და მონაწილეობს მთელი დროითი ეფექტურობის განსაზღვრაში.აგრეთვე, სამომხმარებლო ინტერფეისის სრული განცალკევების

გამო კერნელისა და ბიბლიოთეკისგან,Maple-ს კერნელი და ბიბლიოთეკა სიმბოლურ კომპონენტად გამოიყენება სხვა კომერციულ და კვლევით სისტემებში. მაგალითად.,Mathcad, რომელიც ინჟინრებს შორის ერთ-ერთი პოპულარული რიცხვითი სისტემაა,Maple-ს ზოგიერთ სიმბოლურ ფუნქციონალურ მახასიათებელს ხელმისაწვდომსახდის Mathcad-ის მომხმარებლებისათვისაც. არსებობს აგრეთვე, მთელი რიგი მზარდი ფუნქციები და პაკეტები Maple-ს საზიარო ბიბლიოთეკაში, რომელთანაც მომხმარებლები მთელი მსოფლიოს მასშტაბით თანამშრომლობენ. საზიარო ბიბლიოთეკა ასევე შეიცავს დამატებით დოკუმენტაციას, სხვა ინფორმაციულ ტექნოლოგიურ საშუალებებს (software) და სხვ. გედესის სახელმძღვანელო, რომელიც შეიცავს დაწვრილებით ინფორმაციას და მითითებებს Maple-ში გამოყენებული ბევრი ალგორითმისთვის. ჩვენ ქვემოთ შევაჯამეთ Maple-ს შესაძლებლობები რაოდენობრივი, სიმბოლური და გრაფიკული სათაურების ქვეშ და მივახდინეთ რამდენიმე ახალი თავისებურების ილუსტრირება ზოგიერთი მაგალითის გამოყენებით:

რაოდენობრივი შესაძლებლობები:

1. გარკვეულითვითნებურიინტეგრების, ნაკადის წერტილისა და კომპლექსური რიცხვითი არითმეტიკის წარმოების სიზუსტე
2. ელემენტარული ფუნქციების რიცხვითი შეფასება
3. სპეციალური ფუნქციებისა და მუდმივათა ბიბლიოთეკა, რომელიც მოიცავს აგრეთვე, შეცდომების ფუნქციას, გამა და მასთან დაკავშირებულ ფუნქციებს, ექსპონენტური (მაჩვენებლლიანი) ინტეგრალის, რაიემანის ზეტა ფუნქციას, ბესელისა და მასთან დაკავშირებულ ფუნქციებს, ჰიპერგეომეტრიულ და სტატისტიკური განაწილების ფუნქციებს
4. რიცხვითი წრფივი ალგებრა: წრფივი სისტემები, eigenvalues and eigenvectors, SVD
5. როცხვითი გამოთანაბრება: ინტერპოლარული spline-ები, B-splins, უმცირესი ფართობები, Pade, უწყვეტი ფრაქციები, ალგებრული და სპეციალური ფუნქციები, ჩებიშევის სესიები, რემეზის ალგორითმი

6. რიცხვითი გამოთვლები: რაოდენობრივი ინტეგრება, უსასრულო ჯამებისა და შედეგების რიცხვითი შეფასება, ODE-ს გადაწყვეტა, ამოფესვა, FFT

სიმბოლური შესაძლებლობები:

1. რაციონალური ფუნქციების განუსაზღვრელი და განსაზღვრული ინტეგრება, ელემენტარული ფუნქციები, ალგებრული ფუნქციები და სპეციალური ფუნქციები
2. ლაპლასის, ფურიეს, მელინის და Z გარდაქმნები და ინვერსიული გარდაქმნები
3. განუსაზღვრელი და განსაზღვრული დაჯამება, განუსაზღვრელი პროდუქტები, განმეორებითი გამოთვლების გადაწყვეტა, ტეილორის სერიები, ასიმპტოტიკური გაფართოება, სიმბოლური ლიმიტები
4. პოლინომიალური არითმეტიკა სასრულ და ალგებრულ რიცხვით ველებში GCD-ს ჩათვლით,resultant, დეკომპოზიცია, ფაქტორიზაცია, ამოფესვა, გალოირის ჯგუფები
5. სიმბოლური წრფივი ალგებრა: მატრიქსული დეტერმინანტები, და ინვერსია, eigenvalues and eigenvectors, მწკრივის ეშელონი, სმიტის, ჰერმიტისა და ჯორდანის კანონიკური ფორმები
6. გამოთვლების ამოხსნები: წრფივი სისტემები, პოლინომიალური სისტემები, გრობნერის ბაზები, ODE-ები
7. სპეციალიზებული პაკეტები: სასრული ჯგუფები, რიცხვების თეორია, ტენსორები, წარმოების (თუ გენერირების) ფუნქციები, გეომეტრია, ორთოგონალური პოლინომიალები, დიფერენციალური ფორმები, სიმეტრიული ფუნქციები, გრაფიკული თეორია, სტატისტიკა და ა.შ.

გრაფიკული შესაძლებლობები:

ბაზისური შესაძლებლობები მხარს უჭერენ თვითნებურირაოდენობის მრუდების, ზედაპირების,, პოლიგონების და ტექსტის ეკრანზე გამოტანას.შესაძლებელია სხვადასხვა სტილის ზედაპირების გამოტანა, ესენია

დამალული წირების გადაადგილება, ნაცნისფერი სკალარული ჩრდილები, ფერითი გამა და სხვ.

ჩრდილების ზედაპირები შეიძლება მოიცავდეს კონტურებს, შტრიხირებას (მესერი), განათებას და ა.შ. ასევე მხარდაჭერას 2D და 3D ჩარჩოების თანმიმდევრობით ანიმაციისთვის. შედეგების კოპირების მძიმე სამუშაოშესრულებადია აფრეთვე, სხვადასხვა პრინტერებისთვის და ამასთან შეიძლება ჩართული იყოს Maple-ს სამუშაო ცხრილებიც (worksheet). სპეციფიკური პლოტები (მთლიანად დაპროგრამებულიMaple-ში) მოიცავს კარტეზიანულ მრყდებსა და პოლარულ კოორდინატებს, ზედაპირებს (ან სიბრტყეებს) კარტეზიანული, სფერული და ცილინდრულ კოორდინატებში, პარამეტრიკულად ან იმპლიციტურად განსაზღვრულ მრუდებსა და ზედაპირებს (სიბრტყეებს), როგორც პოლინომიალური გამოთვლების, კონტურული პლოტების, მორისებრი პლოტების, მკვრივიპლოტების, კონფორმალური პლოტების, ვექტოურული პლოტების, ფაზური გამოსახულებებისა და მიმართულების ველის პლოტების გადაწყვეტას, პირველი რიგის ODE-ს პლოტირების სისტემებს.

ძირითადი ფუნქციონალობა:

მომხმარებლებს შეუძლიათ მათემატიკის შეტანა ტრადიციულიაღნიშვნის სისტემაში. შესაძლებელია აგრეთვე, ჩვეულებრივი სამომხმარებლო ინტერფეისის შექმნა.აქ არსებობს მხარდაჭერა რიცხვითი მოქმედებებისთვის, თვითნებური სიზუსტისთვის, ისევე როგორც სიმბოლური გამოთვლებისა და ვიზუალიზაციისთვის. Maple ახდენს დინამიკურად ტიპიზებულ იმპერატიული სტილის პროგრამირების ენის ინკორპორირებას, რომელიც პასკალის მსგავსია.აღნიშნული ენა უშვებს ლექსიკური თვალსაწიერის ცვლადებს. აქ არიან აგრეთვე, სხვა ენების ინტერფეისები (C. C#, Fortain, Java, MATLAB, და Visual Basic).აქაა აგრეთვე, Excel ინტერფეისიც. Maple მხარდამჭერია MathML 2.0, W3C ფორმატისა მათემატიკურ გამოსახულებათა პრეზენტაციისა და ინტერპრეტაციისთვის, ამასთან გულისხმობს ეკრანზე მათ გამოტანას Web გვერდების სახით. **არქიტექტურა**

Maple დამყარებულიამცირე kernel-ზე.ჩაწერილია C-ში, რომელიც უზრუნველყოფს Maple-ს ენას. ფუნქციონალური უმრავლესობა უზრუნველყოფილია ბიბლიოთეკების (Libraries) საშუალებით, რომელიც სხვადასხვა წყაროებისგან წარმოსდგება. ბევრი რიცხვითი ოპერაცია სრულდება NAG რიცხვითი ბიბლიოთეკების, ATLAS თუ GMP ბიბლიოთეკების, საშუალებით. ბიბლიოთეკათა უმრავლესობა ჩაწერილია Maple ენაში; მათ გააჩნიათ დათვალიერებადი წყაროს კოდი. Maple-ში სხვადასხვა ფუნქციონალური პარამეტრი მოითხოვსსხვადასხვა რაოდენობრივ მონაცემს სხვადასხვა ფორმატში.სიმბოლური გამოსახულებებიინახება მეხსიერებაში მართვადი აციკლური გრაფიკების სახით. სტანდარტული ინტერფეისი და კალკულატორის ინტერფეისი ჩაწერილია Java-ში. კლასიკური ინტერფეისი ჩაწერილია C-ში.

დასკვნა

1. დაწვრილებით დამუშავებულია კომპიუტერული ალგებრის სისტემების (CAS) ზოგადი დეფინიცია და მოკლე ისტორია. ნაჩვენებია, რომ კომპიუტერული ალგებრის სისტემები წარმოადგენენ ძალზე მნიშვნელოვან რაოდენობრივ მექანიზმებს განათლების სისტემებისთვის, კერძოდ მათემატიკური განათლებისთვის.
2. განხილულიაCAS-ების გამოყენების უპირატესობები და ნაკლოვანებები და ნაჩვენებია, რომ სისტემის უპირატესობები ბევრად აღემატება ხარვეზებს.
3. წარმოდგენილია ODE-ების კლასიფიკაცია და შესრულებულიაMaple-ს აპლიკაციები.
4. განხორციელებულია გადაწყვეტის სამივე მეთოდი ანალიტიკური, რაოდენობრივი და გრაფიკული,ხოლო აპლიკაციები შესრულებულია Maple-ს საშუალებით
5. თითქმის ყველა აპლიკაციას მოსდევს თანმხლები 2D და 3D გრაფიკების მხარდაჭერა და ნაჩვენები გრაფიკები წარმოადგენენ ძალზე მნიშვნელოვან ინსტრუმენტს მათემატიკური განათლების საქმეში.
6. განხილულიაზოგიერთი რთული ფუნქცია, რომელიც ინჟინერიაში გამოიყენება და ნაჩვენებია, რომ CAS-ს, კერძოდ, Maple-ს საშუალებით

ძალზე მარტივი ხდება ნებისმიერი სახის სირთულისა თუ გართულებული ფუნქციების შესრულება.

7. ასევე დეტალურად განიხილულია რიცხვითი გადაწყვეტის მეთოდები და იძლევამიღებული შედეგების ზუსტ ამოხსნებთან შედარების ხელსაყრელ შესაძლებლობას.

8. გაანალიზებულია ელექტრული წრედების ბრობლემები და ნაჩვენებია ნებისმიერი სახის ელექტრული წრედების პრობლემის ძალზე მარტივი გადაწყვეტა Maple-ს საშუალებით.

9. მოცემულია მრავალი გამოყენებითი პრობლემის უმრავლესობის გადაწყვეტა 2D და 3D გრაფიკების მხარდამჭერი საშუალებით საგნისა თუ ამოხსნის უფრო მეტი სიცხადისა და რეალიზაციის მიზნით.

10. დაწვრილებით დამუშავებულია ინფორმაციის მიმოხილვა Maplet-ის რაობისა და შექმნის შესახებ და ნაჩვენებია, თუ რა მარტივია მისი შექმნა ნებისმიერი მომხმარებლისთვის.

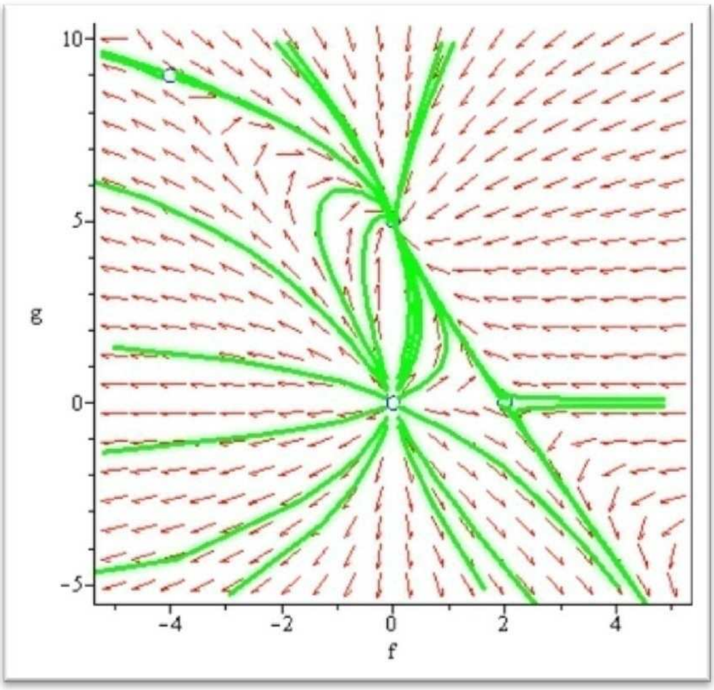
11. ოცემულია Maple-ს არსებითი კოდი Maplet აპლიკაციის შექმნის მიზნით.

12. Maplwt აპლიკაციები შექმნილია და განვითარებულია გარკვეული სახის ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებისთვის, როგორიცაა ბერნულის განტოლებები, მეორე რიგის ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებები და ნაჩვენებია Maplet აპლიკაციების გამოყენების არსებითი როლი და მნიშვნელობა მათემატიკის სწავლებაში.

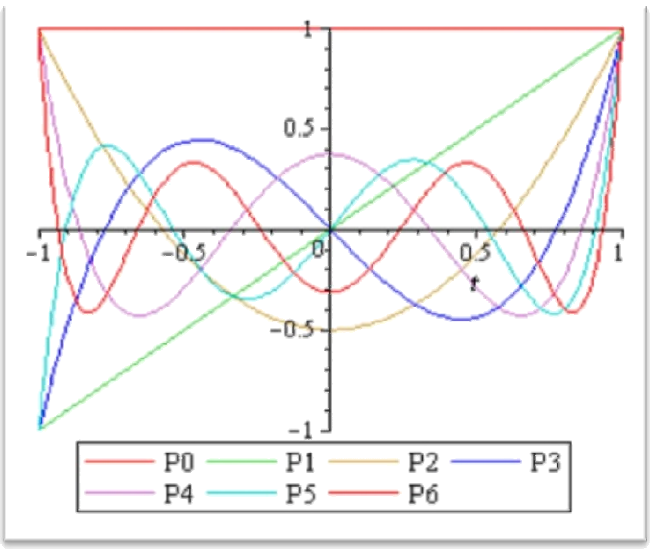
13. განვითარებულიაMaplet აპლიკაციები ამოხსნის ზოგიერთი რაოდენობრივი მეთოდისთვის, როგორიცაა ეილერის მეთოდი, ტეილორის წესი, რანჯ-კუტას მეთოდი და მომხმარებლებისთვის მოცემულია ზუსტ ამოხსნებთან მათი შედარების შესაძლებლობა.

14. მოყვანილიაMaplet აპლიკაციების გამოყენების შესახებ მიმოხილვითი ინფორმაცია მომხმარებლებისთვის აპლიკაციების მოხმ,არების გამარტივების მიზნით.

15. ნაჩვენებიაMaple და Maplet აპლიკაციების აუცილებლობა და მათი სასარგებლო წვლილი ჩვეულებრივი დიფერენვ\ციალური განტოლებების სწავლებაში



დიაგრამა 1.24 ფაზური გამოსახულება მიმართულების ველისა და ეკვილიბრიუმის (გამათანაბრებელი) ამოხსნების საშუალებით



დიაგრამა 2.8 ლეჟენდრეს პირველი პოლინომიალების. გრაფიკი

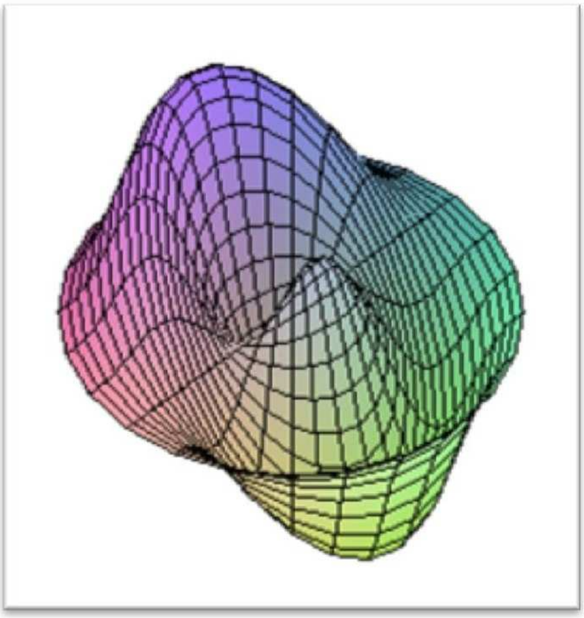
>**N:=5:**

>**for n from 1 to N do**

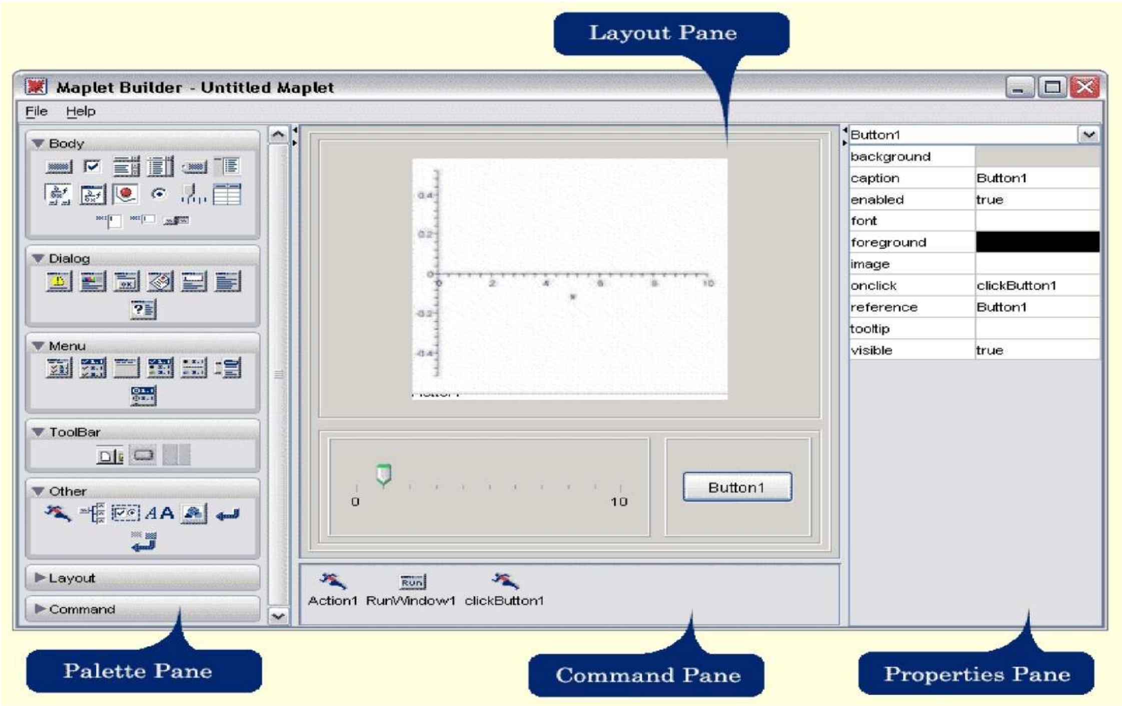
```
>k1[n] := x1[n]/a;

>end do:

>for n from 1 to N do

>A1[n] := evalf(2*csch(k1[n]*L)/(a^2*BesselJ(2, k1[n]*a)^2)*int(rho*f*BesselJ(1, k1[n]*rho), rho=0..a));

>end do:

>V := add(A1[n]*sinh(k1[n]*z)*BesselJ(1,k1[n]*rho)*sin(phi), n=1..N);
```

$$
\begin{aligned}
&-0.00006724668829\ \sinh(7.663411940\ z)\ \mathrm{BesselJ}(1, 7.663411940\ \rho)\sin(\phi)\\
&\quad + 0.9105213406\ 10^{-7} \sinh(14.03117334\ z)\ \mathrm{BesselJ}(1, 14.03117334\ \rho)\sin(\phi)\\
&\quad + 0.1075533634\ 10^{-9} \sinh(20.34693628\ z)\ \mathrm{BesselJ}(1, 20.34693628\ \rho)\sin(\phi)\\
&\quad - 0.4924494331\ 10^{-13} \sinh(26.64738388 z)\ \mathrm{BesselJ}(1, 26.64738388 \rho)\sin(\phi)\\
&\quad + 0.7131792524\ 10^{-16} \sinh(32.94126010\ z)\ \mathrm{BesselJ}(1, 32.94126010\ \rho)\sin(\phi)
\end{aligned}
$$

```
>plot3d([rho*cos(phi), rho*sin(phi), eval(V, z=L)], rho=0..a, phi=0..2*Pi);
>plot([f, eval(V, {z=L, phi=Pi/2})], rho=0..a, color=[black,red]);
```

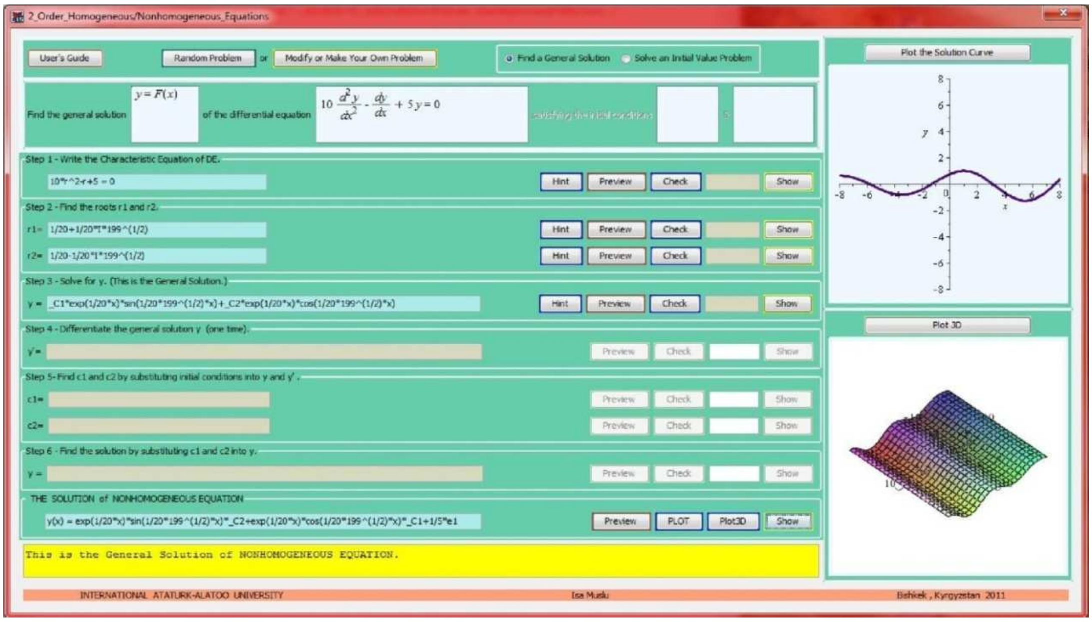


დიაგრამა 3.8 ამოხსნის3D გრაფიკი

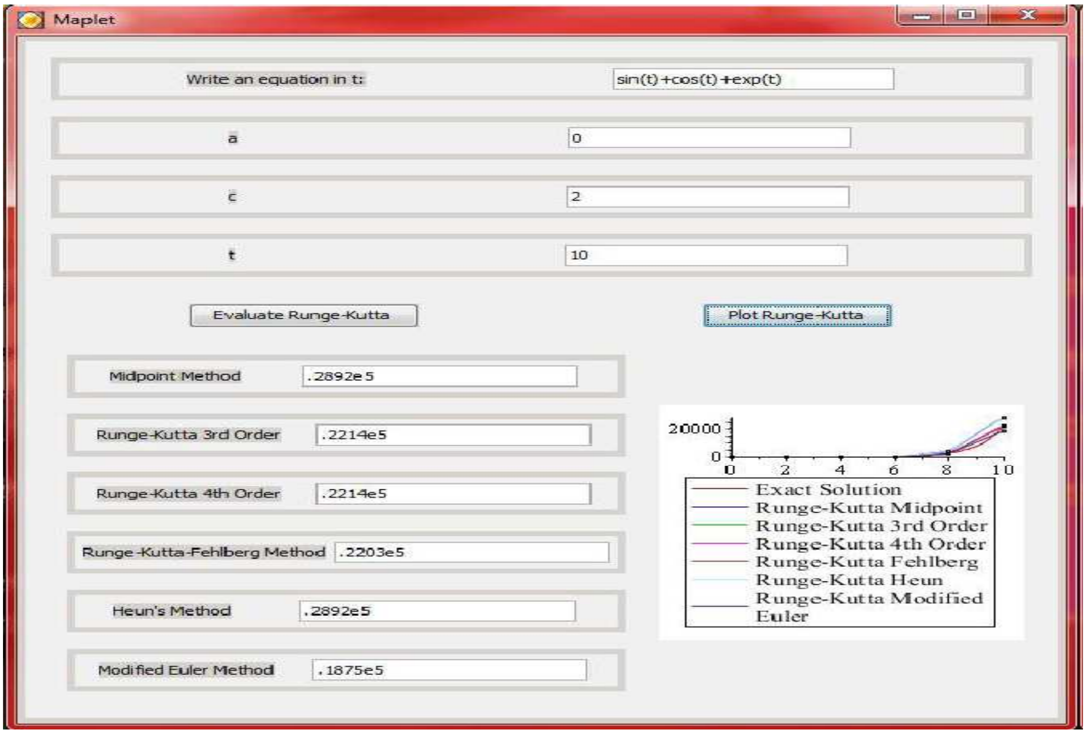


დიაგრამა 4.1 Maplet ამგების თანაშემწის ფანჯარა

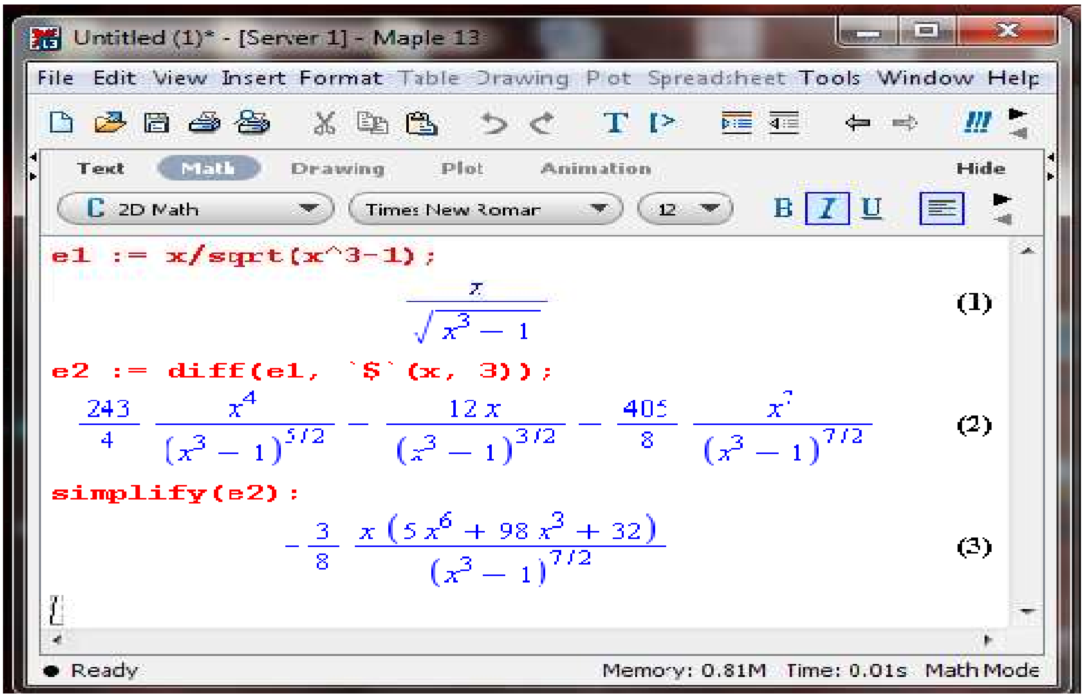
დიაგრამა 4.9 Maplet აპლიკაციის მთავარი ინტერფეისი ბერნულის De-სთვის



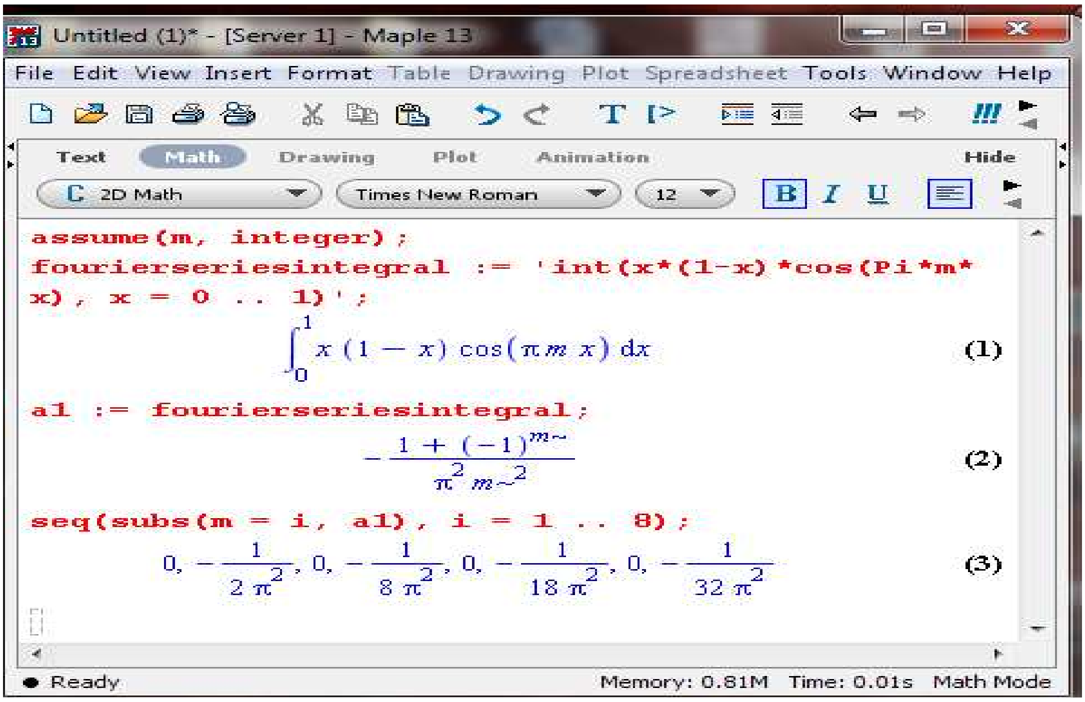
დიაგრამა 4.12 აპლიკაციის მთავარი ინტერფეისი მეორე რიგის CCDE-ებისთვის



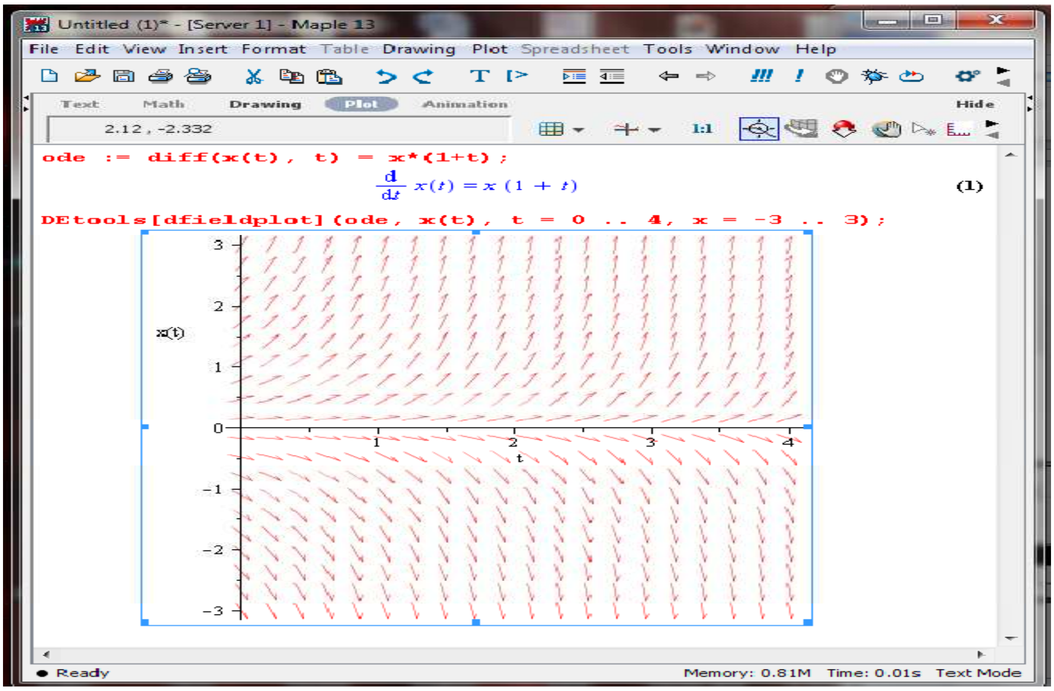
დიაგრამა 4.19 ODE-ების რიცხვითი ამოხსნების ფანჯარა,ერთობლივი ჩვენება სხვადასხვა მეთოდით



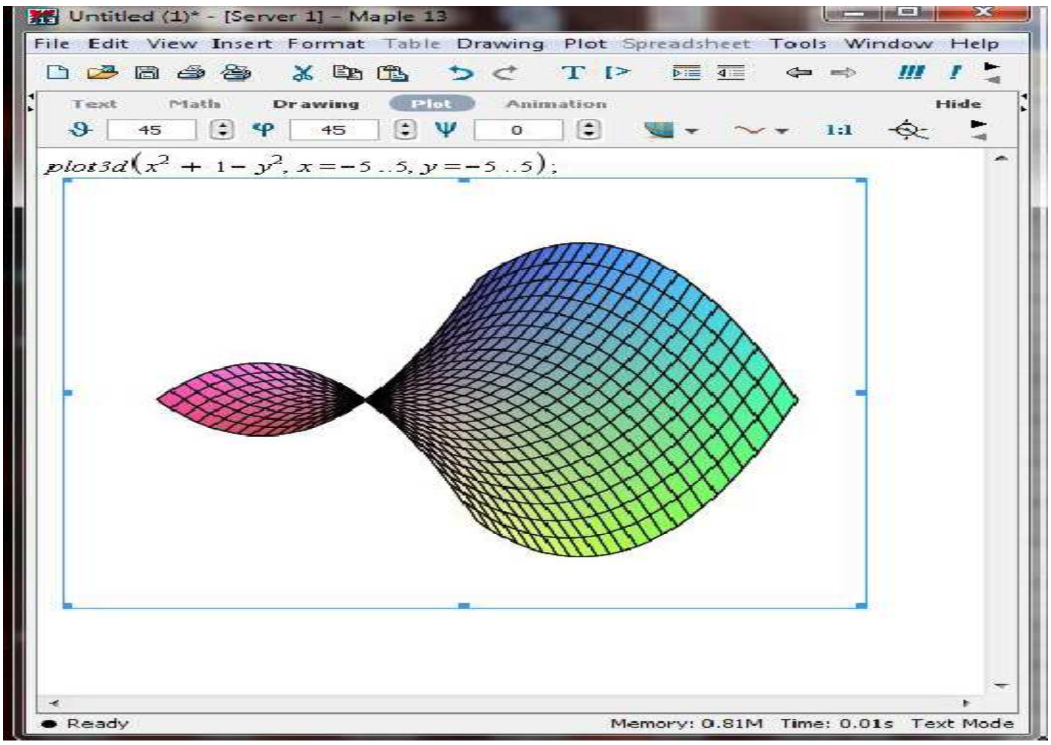
დიაგრამა 1: ბაზისური ალგებრული და რიცხვითი კალკულირების მანიპულაციები



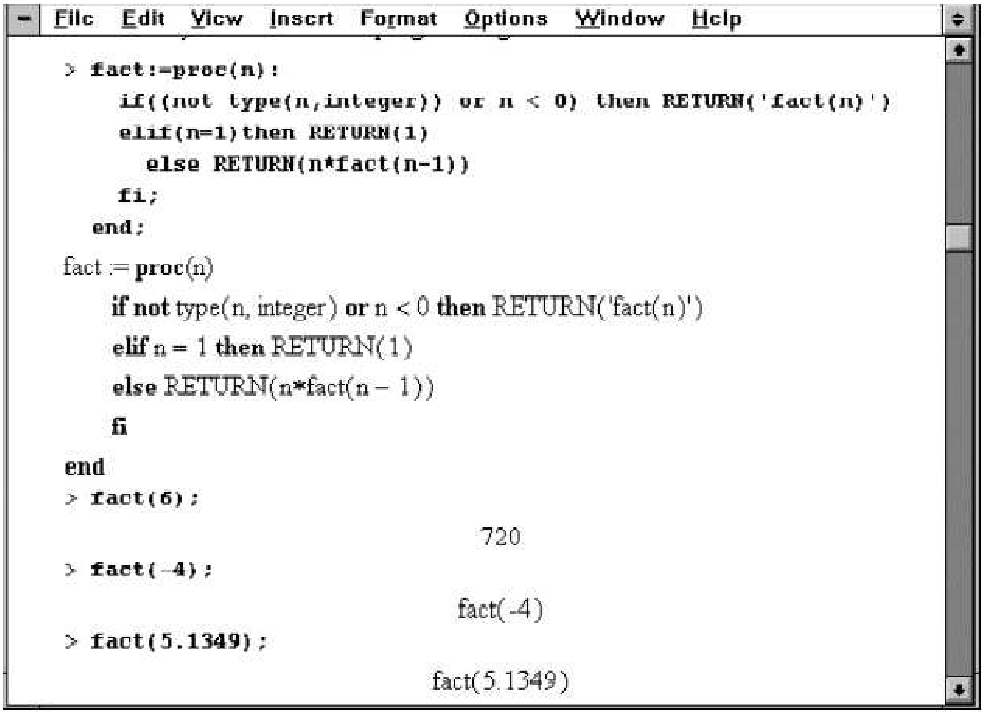
დიაგრამა 3 ფურიეს სერიის კოეფიციენტთა გამოთვლა



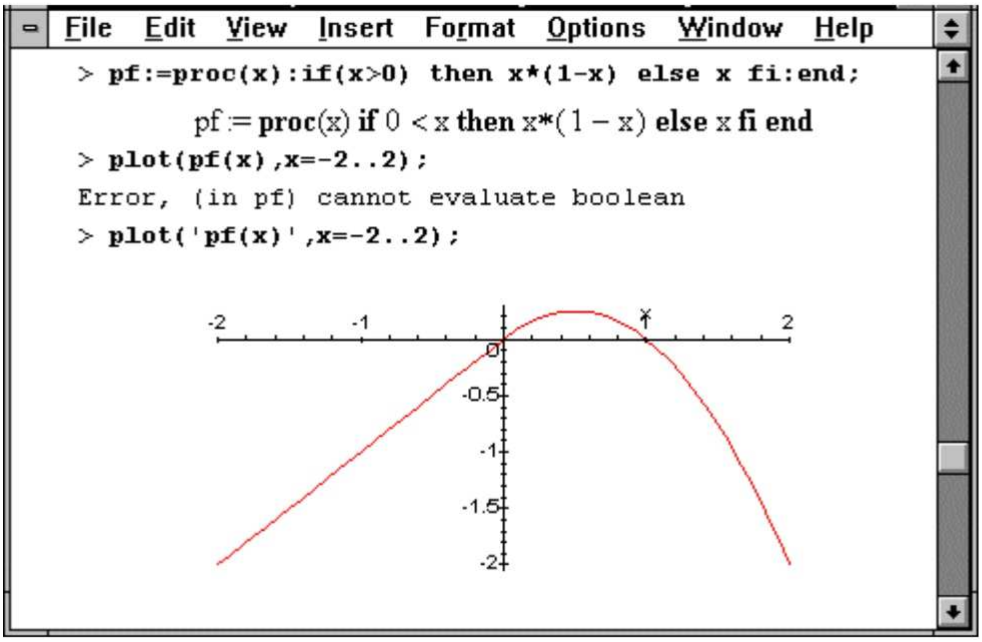
დიაგრამა 4: მიმართულების ველის გენერირება (თუ წარმოება) დიფერენციალური განტოლებისთვის



დიაგრამა 6: 3D ზედაპირის ვიზუალიზაცია



დიაგრამა 7 : ელემენტალური რეკურსიული (რეციდიული, უკუქვევითი) პროგრამა ჩაწერილი Maple-ს ენაში



დიაგრამა 10 ზოგიერთი ნატიფი მახასიათებლით გამოწვეული გაუგებრობა გამოუცდელი მომხმარებლისთვის

ეილერის მეთოდის ექსპლიციტური (ცხადი) იმპლიმენტაცია

ეილერის მეთოდი პირველი რიგისი VP ამოხსნისთვის

$$\frac{df}{dt} = F(t, f(t)), \quad f,(t_0) = f_0$$

შეიძლება დაჯამდეს ფორმულით

$$t_{n+1} = t_n + h$$

$$f_{n+1} = f_h + h\,F(t_n, f_n)$$

სადაც h არის ბიჯის ზომა.

ეილერის მეთოდის მარტივი იმპლიმენტაცია, პირობით, რომ F ფუნქცია, x_0 საწყისი დრო, y_0 საწყისი მდებარეობა, h ბიჯის ზომა და *N* ბიჯების რიცხვი, შედეგი შემდეგნაირად გამოიყურება

```
>Euler0:= proc (F, t0, f0, h, N )
>local i, L, G;
>G :=evalf( < t0 | f0 > );
>L: = G;
>for i from 1 to N do
>G: = G + < h | h*F(G[1],G[2]) >;
>L: = L, F;
>end do;
>return< L >;
    > end proc;
```

```
Euler0:= proc (f, t0, f0, h, N)

    local i, L, G;

    G=evalf (< | > (t0.f0));

     L: =G;

     for i to N do

         G : =G +  < | > (h,h * F( G[1],G[2] )  ); L : =L.F
```

```
end do;
return <,>(L)
end proc
```

მაგალითი: ამოხსენით ეილერის მეთოდით

$$\frac{df}{dt} = -2\,f, \quad f(0) = 1$$

[0,1] ინტერვალში h=0,1.

```
>restart: Euler0 ( (t,f)->-2*t, 0, 1, 0.1, 10 );
```

```
Euler0((t,f) → -2t, 0, 1, 0.1, 10)
```

ეილერის მეთოდის უფრო სიფისტიკურმა გადაწყვეტამ უნდა მიიღოს როგორც ODE შენატანი, საწყისი პირობა,ინტერვალი, რომელშიც გამოითვლება და ბიჯების რიცხვი. ამ შემთხვევაში, იმპლიმენტაცია გამოიყურება, როგორც

```
> Euler :=proc( ode, ic, domain, N )
>local h, i, t, f, F, L, G;
>t := lhs(domain);
>f := op(0,lhs(ic));
> h := ( op(2,rhs(domain))-op(1,rhs(domain)) )/N;
> F := unapply( subs( f(t)=_f, solve( ode, diff(f(t),t) ) ), (t,_f) );
>G :=evalf( < op(lhs(ic)) | rhs(ic) > );
>L := G;
>for i from 1 to N do
>G := G + < h | h*F(G[1],G[2]) >;
>L := L, G;
>end do;
> return <<t|f>, L >
        > end proc;
```

```
Euler :=proc ( ode, ic, domain, N)
    local  h, I, t, f ,F, L, G;
    t: =lhs(domain);
    f : =op(0,lhs,( ic ));
```

```
h : =( op(2,rhs(domain))  -  op(1,rhs(domain) ) )/N;
F : =  unapply (subs(f(t))=_f, solve(ode, diff( f(t),t))),t, _f);
G : =evalf ( < |  >(op(lhs(ic)),rhs(ic)));
L  : =G;
for  i to N  do
      G : =G +  < | > (h,h * F( G[1],G[2] )  ); L : =L,G
 end do;
 return  <,>(<|>(t,f),L)
end proc
```

დისერტაციის თემაზე გამოქვეყნებულ ნაშრომთა სია

1. Muslu İ., Iskandarov S. (2008). Solutions of Exponential Equations With Maple, 5th International Conference on Electronics and Computer. Bishkek, Kyrgyzstan, IKECCO, P.23-28
2. Муслу И. (2009). Solutions of Ordinary Differential Equations With Maple, **Вестник КНУ,** Серия 5 : Труды Молодых ученых. –Выпуск 2, Бишкек: КНУ, Материалы научно-практической конференции <МОЛОДЕЖЬ И НАУКА: Реальность и будущее> , с.18-22
3. Muslu İ, (2009). Working With Soundwaves in Maple,6th International Kazakh- Kyrgyz Electronics & Computer Conference, IKECCO , Алматы, P.24-27
4. Muslu İ.(2009),Transfer Functions and Frequency Response Curves,6th International Kazakh- Kyrgyz Electronics & Computer Conference, IKECCO , Алматы, P.33-37
5. Muslu İ. (2009). Solutions of Logarithmic Equations With Maple, Alatoo Academic Studies: International Scientific Journal a Publication of International Ataturk Alatoo University, Volume 4, Number 1,Bishkek, P.131-138
6. Muslu İ.(2009). Electric Field From Distributed Charge, Alatoo Academic Studies: International Scientific Journal a Publication of International Ataturk Alatoo University, Volume 4,Number 2, Bishkek, P.157-162
7. Muslu İ.(2009). Green’s Functions for Second-Order ODEs, Anwendungsorientierte Forschung und Entwicklung, JahresberichtaF&E P.25-30
8. Muslu İ.(2012). A MAPLE graphical user interface (GUI) application of solving Bernoulli type differential equations. IBSU journal of technical sciences and technology (would be published in November 2012).