

შავი ზღვის საერთაშორისო უნივერსიტეტი  
კომპიუტერული ტექნოლოგიებისა და საინჟინრო საქმის ფაკულტეტი

## **ტესტების განზომილების განსაზღვრის ალგორითმის შემუშავება**

მეჭთაფ ერგუგენი

სადოქტორო დისერტაციის

ავტორეფერატი

ინფორმატიკაში ინჟინერიის დოქტორის აკადემიური წარისხის მოსაპოვებლად

თბილისი 2014

სელმძღვანელი: პროფ. დოქტ. ალექსანდრე მილნიკოვი

.....

ექსპერტები:

1. პროფ. დოქტ. ირაკლი როდონაია .....
2. დოქტ. გიორგი ღლონტი .....

ობიექტები:

1. პროფ. დოქტ. ირინე სომეროვი .....
2. ასოც. პროფ. დოქტ. ლაშა ეფრემიძე .....

## შესავალი

ცოდნა წარმოადგენს უწყვეტად განვითარებად კონცეპტუალურ წარმონაქმნს, რამდენადაც ერთნელ ჩამოყალიბებისას იგი კატალიზური წდება შემდგომი ცოდნის აღმოჩენისთვის ( ამპსონ-ჟონეს,2011). როგორც ლექტორები, ჩვენ პასუხისმგებლები ვართ საუკეთესო სასწავლო კონტინუუმის უზრუნველყოფისთვის კარგად მომზადებული სასწავლო გეგმის, საკმარისი და სათანადო წყაროების, კარგად ორგანიზებული შეფასების მეთოდების საშუალებით სტუდენტთა საერთო საგანმანათლებლო მიზნების მხარდაჭერი სისტემის შემუშავებაში საბოლოო პროგრამული შედეგების მისაღწევად. რამდენადაც შეფასება სწავლებისა და სწავლის ეფექტურობისა და ადეკვატურობის ცოცხალ კომპონენტებს შორის მოიაზრება, ინსტიტუტი მოვალეა შეამოწმოს და უზრუნველყოს შეფასების წარსნი.

ზოგადად, უმაღლესი საგანმანათლებლო ინსტიტუტები სტუდენტთა კითხვარებს კურსის დასრულების ბოლოს იყენებენ სწავლების წარსნის შესაფასებლად. რამდენადაც სტუდენტთა მოსაზრებები მნიშვნელოვანია, ისინი ჩართულ უნდა იქნეს წარსნის შეფასების სისტემაში, ცხადია, რომ სწავლების წარსნი უნდა აიხსნას მნიშვნელოვანი საფუძვლის მქონე სწავლასა და საშუალების გამოყენებით.

არსებობს წარსნის კონტროლისა და გაუმჯობესების სწავლასა და მეთოდი. ჩვენი ვარაუდით, საკითხი გამოცდის გაწმენდა და წარსნის შორის მიმართებაში მდგომარეობს და თუკი სწავლება და შეფასება მრავალგანზომილებადია და ინტეგრირებული კურსისა და შესაბამისი გამოცდის ფარგლებში, შესაძლოა, ამგვარი საგანმანათლებლო პროცესი წრდიდეს განათლების წარსნისა და დონეს. გაწმენდის თეორიაში არსებობს განზომილებიანობის კვლევის რამდენიმე მოდელი და ულტიმეტიონალ Iტემ ღესპონსე თჰეორე ( Iტო) (მრავალგანზომილებიანობის საკითხებზე რეაგირების თეორია) ზოგადი პრინციპების ნაცვლად შემოდის ახალი მიდგომა და აქტუალური გამოცდის განზომილებიანობა დგინდება წინაპირობით კურსებსა და შესაბამის გამოცდასთან მიმართებაში.

ამ კონტექსტში, პირველი სანიმუშო მოდელი განისაზღვრება და მისი შედარება წდება აქტუალურ მოდელთან. შემოდის ახალი მეთოდოლოგიის მაკონსტრუირებული პრინციპული კომპონენტები. აქტუალური მოდელის სათანადო ათვისების დონე თითოეული

განზომილებებისთვის და აგრეთვე, აქტუალური გამოცდის ინტერნალური განზომილებების საერთო შედეგის გაგვიანების პირობების დაშვებადობა, განსაზღვრული გონივრულ საფუძვლებზე. კურსის წარსის კი დგინდება მისი განზომილებადობის შესაბამისად.

**თეზისების სტრუქტურა.** პირველი თავი წარმოადგენს ლიტერატურის მიმოხილვას. ამ თავში მოცემულია განომვის თეორია, განომვის ბაზისის წმინდა მათემატიკური საფუძველი, სტატისტიკისა და განომვის თეორიის შორის გაგვიანა და მიმართებები. ნაჩვენებია განომვის სკალების მათემატიკური განსაზღვრულობა და სტატისტიკურ ანალიზში განომვის სათანადო, კორექტული სკალის შეჩვენების მნიშვნელობა. კვლევის ამ ნაწილში განომვის თეორიებს შორის წარმოდგენილია ჩთო და იდო, იდო მოდელების ფუნდამენტური წესები. აღნიშნულ სამ მოდელში დადგენილია განზომილებიანობის მნიშვნელობა; მოკლედ მოცემულია ფაქტორული ანალიზი იდო და იდო მოდელებში. წარმოდგენილია კურსის დამდგენი განზომილებიანობის ძირითადი პრინციპები და ამ განზომილებადობის გამოყენება წარსის კონტროლის მიზნით.

მთლიანობაში, მეორე თავი ფორმალურია და მეთოდოლოგიის თეორიულ განსაზღვრებას ეძღვნება, რომელიც უნდა გამოიყენებოდეს გამოცდის შიდა, ინტერნალური განზომილებიანობის დადგენისა და დეტერმინაციისთვის. ამ თავში მოცემულია პრობლემის დეფინიცია, სანიმუშო მოდელისა და აქტუალური მოდელის ტერმინოლოგია, პირობითი განაწილების კონცეფციის საფუძველზე ზოგადი მრავალგანზომილებიანობის პრობლემის გადაჭრის მეთოდი, მულტიკოლინეარულობის მოკლე განმარტება, განხილულია ამ პრობლემის გადაწყვეტის გზები ორი მიმართულებით, როგორც შეთანხმების (?ან კვადრატული ამოფესვის) მეთოდი და როგორც პირობითი მოლოდინი კონკრეტული მაგალითების ჩვენებით. დამოუკიდებელი ცვლადების მატრიცის დაბალი რანჟირების ინტერვალის გათანაბრება (ოწ რანკ ტენსორ აპროსიმატიონ) და შV ალგორითმი 1-რანჟირების ინტერვალის გათანაბრების (1-რანკ ტენსორის აპროსიმატიონ) საშუალებით გამოსახულია განმეორებითი მეთოდებით შV პრობლემის გადასაჭრელად. ამის შემდეგ, ინტერნალური იმპლიციტური განზომილებების აღწერისა და პრობლემის წინაპირობების შემოქმედების განსაზღვრის მიზნით, თეორიულად დეტალურად განხილება შV და პრინციპული კომპონენტები ახალი მიდგომის საფუძველზე. ბოლოს, წარმოდგენილია მოსალოდნელი (სანიმუშო) გამოცდის შედეგებისა და აქტუალური გამოცდის შედეგების დასაშვები დაახლოების (ან საზღვრების) აღწერა.

მე-3 თავში ემპირიული კვლევები განხილულია მულტიფარიაციულ მონაცემთა ანალიზის პროცედურებისა და პრინციპული კომპონენტების მიხედვით მრავალგანზომილებიანი რეგრესიული ანალიზის პროცედურების საფუძველზე. 2.5.1 და 2.5.2 მოყვანილი მეთოდოლოგიების გამოყენებით განზომილებიანობის დადგენა მოცემულია გამოცდების წინაპირობებების (წინამძღვრების) სიძლიერის მიხედვით. აქტუალური მოდელისა და სანიმუშო მოდელის შედარება, სანიმუშო მოდელის ინტერნალური განზომილებების სასურველი განაწილების დადგენისა და აქტუალური მოდელის ინტერნალური განზომილებების შეფასებითი განაწილებების დაახლოება (ან საზღვრები) მიღებულია მნიშვნელობის ტესტების საშუალებით. სასურველი რეგრესიის კოეფიციენტებისა და შეფასებითი კოეფიციენტების საბოლოო შედეგის გავლენების შედარებისას სტატისტიკური დაახლოება (ან საზღვრები) მთლიანობაში მოწმდება ტ-ტესტ-ის მეშვეობით.

### მეთოდოლოგია

მულტიფარიაციულ მონაცემთა ანალიზის ტექნიკებზე დაყრდნობით ატ აბ პროგრამირების ენა და იცროსოფტ სცელ შოფტწარე გამოიყენება საჭირო სტატისტიკური ანალიზის იმპლიმენტაციისთვის. წარმოდგენილია ვარაუდები იმის შესახებ, რომ წარისსები განაწილებულია ნორმალური ან ლოგიკური განაწილებების შესაბამისად. უმთავრესად, გამოცდების სამი განსხვავებული ჯგუფი (აქტუალური და წინაპირობებები) იწარმოება როგორც არაკორელირებადი, დაბალი კორელაციის და მულტიკოლინეარული. თითოეული გამოცდა სიმულირებულია 200 სტუდენტისთვის. ამ გამოცდების მიხედვით, შემუშავებულია ოთხი განსხვავებული შემთხვევა. ამ წინაპირობების (წინამძღვრების) ნორმალური განაწილება წარმოდგენილია მათი ჰისტოგრამების თვალსაჩინოებით. პრინციპული კომპონენტური ანალიზისა ( რინციპალ ჩომპონენტ ნალესის ( ჩ ) და ცალკეული მნიშვნელობის დანაწევრების (შინგულარ Vალუე ეცომპოსიტიონ (შV ) მეთოდოლოგია გამოიყენება მარჯვენა და მარცხენა სინგულარული ვექტორული მატრიცების, ცალკეული მნიშვნელობისა და პრინციპული კომპონენტების გამოსახვისთვის. ატ აბ გამოიყენება წინაპირობების (წინამძღვრების) წარისსებისა და პრინციპული კომპონენტების, აგრეთვე, ამ წინაპირობების (წინამძღვრების) პრინციპულ კომპონენტებად გარდაქმნის საჩვენებლად. პირობითი მოლოდინის თეორია და მულტიფარიაციულ მონაცემთა ანალიზი გამოიყენება აქტუალური გამოცდის შეფასებითი რეგრესიული კოეფიციენტების საბოჭნელად, რომელიც აქ განისაზღვრება როგორც ინტერნალური განზომილებების

განაწილებები აქტუალური გამოცდის ფარგლებში. მრავალგანზომილებიანი რეგრესიული ანალიზი განხილულია აქტუალური გამოცდის წინაპირობებისა (წინამძღვრების) და პრინციპულ კომპონენტებთან მიმართებაში. პრინციპული კომპონენტების ორთოგონალობა გამოიყენება წინაპირობებს (წინამძღვრებს) შორის კოლინეარულობის თავიდან აცილების მიზნით. აქტუალური გამოცდის თითოეული შეფასებითი რეგრესიული კოეფიციენტის დაანლოებისა და მიღების სანიმუშო მოდელის რეგრესიის კოეფიციენტებთან შედარებისთვის გამოიყენება მნიშვნელობის ტესტი (ტ-ტესტი). მნიშვნელობის ტესტი აგრეთვე გამოიყენება აქტუალურ და სანიმუშო მოდელებს შორის საბოლოო შედეგის გაგლეხის სასურველი დასაშვები დონის იდენტიფიკაციისთვის. რეგრესიული ანალიზის გამოყენებისა და თითოეული ინტერნალური განზომილებისა და საბოლოო შედეგის გაგლეხის განსაზღვრის მიზნით ატ აბ კოდი სიმარტივისთვის ჩაწერილია და იმპლიმენტირებული. კოდირების შედეგები წარმოდგენილია სტატისტიკური შეჯამების სახით კონკრეტული შემთხვევის კვლევის (ცასე სტუდენ) საზღვრებში.

### კვლევის მიზანი

- ინტერნალური განზომილებების ცნების განსაზღვრა;
- ინტერნალური განზომილებების მათემატიკური მოდელისა და აქტუალურ გამოცდებზე მათი გაგლეხის დიზაინი;
- თეორიული დეფინიცია და რეგრესიის კოეფიციენტების შეფასება პრინციპული კომპონენტების საფუძველზე და ინტერნალური განზომილებების ფაქტორების განაწილებების შეფასება;
- ინტერნალური განაწილებების მათემატიკური მოდელის რეგრესიის კოეფიციენტების შეფასება პირობითი განაწილების მეთოდოლოგიისა და მულტივარიაციული რეგრესიული ანალიზის საშუალებით არაკორელირებადი ინტერნალური განზომილებებისთვის;
- პრინციპული კომპონენტების ანალიზის ობიექტების (პრინციპული კომპონენტები, იკენვალუეს მნიშვნელობები, ვარდაქმნის მატრიცები) განსაზღვრა შინგულარ Vალუე ეცომპოსიტიონ მეთოდოლოგიის საშუალებით ძლიერ კორელირებადი ცვლადებისთვის;

- ინტერნალური განზომილებების თითოეული განაწილების თეორიული დეფინიცია და დასაშვები დაახლოება და ამ განაწილებების საბოლოო შედეგის გაგლენები აქტუალურ და სანიმუშო მოდელებზე;
- თითოეული შეფასებითი რეგრესიული კოეფიციენტის დაახლოება და მისაღები შედარება მნიშვნელობის ტესტის საშუალებით აქტუალური გამოცდისა და სასურველი სანიმუშო კოეფიციენტებისთვის;
- შეფასებითი ინტერნალური განზომილებების საბოლოო შედეგის გაგლენის დაახლოება და მისაღები შედარება სანიმუშო მოდელის ინტერნალური განზომილებების განაწილების საბოლოო შედეგის გაგლენასთან მნიშვნელობის ტესტის გამოყენებით;
- სინგულარული ვექტორული მარცხენა და მარჯვენა მატრიცებისა და ცალკეული მნიშვნელობების გამოთვლების იტერაციული მეთოდის იმპლიმენტაცია;
- ატ აბ პროგრამირების ენის გამოყენება სათანადო კოდის ჩასაწერად იმპლიმენტაციების დოკუმენტირებისათვის.

### **გამოკვლევის სიახლე**

მრავალგანზომილებიანობის საკითხებზე რეაგირების თეორიული ანალიზის ( ულტიმიმანტიონალ Iტემ დესპონსე თჰეორე) მიუხედავად ტესტის საზღვრებში არსებულ სწვადასწვა საკითხებს შორის ამ კვლევაში შემოტანილია განსწვავებული მიდგომა. გამოცდაში ინტერნალური (იმპლიციტური) განზომილებიანობის არსებობა მოიძიება რამდენიმე დაახლოებული კურსის გამოცდათა უნარების დონეების სიძლიერის მისკდვით, რომელიც აქ მოიხსენიება როგორც წინაპირობითი გამოცდების სარისსები. ამ წინაპირობითი გამოცდების გამოყენებით დგინდება და აღიწერება აქტუალური გამოცდის განზომილებიანობა მიმდინარე კურსისა და წინაპირობით კურსებს შორის. ამ თვალსაზრისით, პრინციპულ კომპონენტებზე დაფუძნებული ანალი მეთოდოლოგია გამოიყენება. შესაძლოა, აქტუალური კურსისა და აქტუალური გამოცდის ადეკვატურობა და სარისსი დადგინდეს აქტუალური გამოცდის მრავალგანზომილებიანობის შემუშავების შესაბამისად.

### **მეცნიერული და პრაქტიკული მნიშვნელობა**

ამ კვლევაში გამოიანგარიშება რეგრესიული კომპონენტები:

1. მოცემულია სინგულარული ვექტორული გამოთვლა და წინაპირობით გაანგარიშებათა ცალკეული მნიშვნელობები;
2. ფორმულების (ფორმულები..) გამოყენებით განისაზღვრება რეგრესიული კოეფიციენტები.

რამდენადაც წინაპირობითი გამოცდები არაკორელირებადი, ნაკლებად კორელირებადი ან თითქმის სრულად კოლინეარულია, ეს მიდგომა (შV ალგორითმთან ერთად (დანკ თენსორს ბპროსიმატიონ საშუალებით (იხ. 2.53.2)) იძლევა ინვერსიული კოვარიაციული მატრიცის გამოთვლისგან თავის არიდების შესაძლებლობას, სულ მცირე შეთანხმების მეთოდების პროცედურას და უშვებს მის გამოყენებას რეგრესიული კოეფიციენტების მოძიებისთვის მარტივად  $=V\beta$  საშუალებით.

მულტიკოლინეარულ შემთხვევაში, ძლიერი კოლინეარულობის თავის არიდების მიზნით გამოიყენება სტანდარტული რეგრესიული პროცედურა ორთოგონალურ პრინციპულ კომპონენტებზე. მოცემული რეგრესია იძლევა  $\beta$  კოეფიციენტებს, რომლებიც შეიძლება გარდაიქმნან  $-ად =V\beta$  საშუალებით. მოცემული შეფასებითი კოეფიციენტები გამოიყენება როგორც აქტუალური გამოცდის განზომილებების განაწილებები. შესაბამისად, მრავალგანზომილებიანობის დადგენა ხდება წინაპირობით კურსებსა და შესაბამის გამოცდებთან მიმართებაში.

### **ნაშრომის სტრუქტურა და მოცულობა**

თეზისური ნაშრომი მოიცავს 134 გვერდს და შედგება 3 თავის, გამოყენებული წყაროების ჩამონათვალისა და გრაფიკებისა და ცხრილების დანართი საგან.

### **პრობლემის განსაზღვრა**

დაფასანკლოთ მოთხოვნათა ერთობლიობა, რომელიც განისაზღვრება საგანმანათლებლო დაწესებულების მიერ როგორც სანიმუშო გამოცდის მოდელი, ხოლო ამის შემდეგ რეალური (აქტუალური) გამოცდის შედეგები, რომლებიც აქტუალურ მოდელს წარმოადგენენ. ამას მიყვაროთ შემდეგი პრობლემის განსაზღვრასთან: აქტუალური მოდელის სანიმუშო მოდელთან დაახლოების (სიანლოვის) შეფასება.



ახლა ჩვენ გაგვაჩნია ორივე მოდელი მათემატიკური ფორმით. ამ თვალსაზრისით, შემოგვაქვს პარამეტრები სანიმუშო მოდელისთვის:  $i^0$  არის  $i$ -ის სასურველი სვედრითი წილი, რომელიც განისაზღვრება წინაპირობების (წინამძღვრების) მეშვეობით (იგი შეიძლება იყოს, მაგალითად,  $i$ -ის 30%)

(ფორმულა...) თითოეული  $k$  წინაპირობის (წინამძღვრის) სვედრითი წილი;

აღნიშნით წინაპირობების (წინამძღვრების) ჯამური სვედრითი წილი როგორც (ფორმულა...)

შეზღუდვის (1) მნიშვნელობა ადვილად გასაგები ხდება, რომ აქტუალური გამოცდის წინაპირობებისა (წინამძღვრების) ან ინტერნალური განზომილებების საბოლოო შედეგის გავლენა უნდა უდრიდეს ცალკეული განზომილებების მარტივ ჯამს.

ზემოთ მოყვანილი ფორმულა გულისხმობს, რომ წინაპირობების (წინამძღვრების) ჯამი განსაზღვრავს ამის გათვალისწინებით აქტუალური გამოცდის შესაძლო  $i^0$ % გაანგარიშებას.

და ცხადი ხდება, რომ:

(ფორმულა.. ) არის შესაძლო გაანგარიშებათა სვედრითი წილი, რომელიც განისაზღვრება აქტუალური გამოცდის ცოდნის მეშვეობით.

ამრიგად, სანიმუშო მოდელი წარმოდგენილია  $i^0$ -ის მნიშვნელობების ერთობლიობის საშუალებით, როცა  $(i=1,2, \dots)$  (1), სადაც  $k$  წინაპირობების (წინამძღვრების) რიცხვია.

სანიმუშო გამოცდის შედეგები შეიძლება წარმოდგენილი იქნეს შემდეგი წრფივი მოდელის სახით:

(ფორმულა..) მატრიცის აღნიშვნის სისტემაში

(ფორმულა..), სადაც  $\gamma$  წარმოადგენს ემპირიულ გაანგარიშებათა ინტერვალის ვექტორს ( ,ფორმულა..) იძლევა  $(\gamma..)$  გაანგარიშების სვედრითი წილის საბოლოო შედეგის განაყოფს, და ამდენად  $(1- i^0)$   $\gamma$  არის წილი, რომელიც განისაზღვრება უნარის მიხედვით დისციპლინის საზღვრებში, რომელიც წინაპირობების მიერ არ არის გათვალისწინებული.

ამდენად, წინაპირობების (წინამძღვრების) შედეგების მატრიცის არსებობის შემთხვევაში, ჯერ გვაქვს სანიმუშო მოდელის პარამეტრები (ფორმულა..) და შემდეგ ვახდენთ მისი სიანლოვის შედარებას აქტუალური მოდელის პარამეტრებთან (ფორმულა..). ორი ვექტორის სიანლოვე უნდა განიხილებოდეს როგორც გამოცდის შედეგების დადებითი შეფასება, რადგან ინტერნალური განზომილებების სტრუქტურა აკმაყოფილებს სარისნის მოთხოვნებს, გამოვლენილს სანიმუშო მოდელის მიერ.

ზემოთ აღნიშნული დებულება წარმოჭრის განზომილებების ბუნებრივი შეზღუდვის პრობლემას, დადგენილს შეფასებით კოეფიციენტებზე: (ფორმულა..)

მნიშვნელობა (3) გულისხმობს, რომ შეფასებითი კოეფიციენტების ჯამი უნდა უახლოვდებოდეს <sup>0</sup>-ს. ჩვენ შემოგვაქვს ორი ცნება:

1. სიანლოვე თითოეული განზომილებისთვის;
2. სიანლოვე მთლიანობაში.

აღსანიშნავია, რომ სიანლოვის ტესტირება მთლიანობაში გატარებული შეზღუდვის ტესტირების (3) ექვივალენტურია.

მოდელი (2) პარამეტრების შეფასება წარმოადგენს მრავალგანზომილებიანი წრფივი რეგრესიის პარამეტრების შეფასების პრობლემას. უნდა განვიხილოთ ამ მოდელის მიდგომების ორი შემთხვევა:

1.  $\sum_{j=1}^n$  მატრიცის (წინაპირობების გაანგარიშებები) ვექტორები არიან არაკოლურილებადი ან დაბალი კორელაციის: ეს გულისხმობს, რომ მათი კოვარიაციული მატრიცა სინგულარულია და მათი ინვერსიული მატრიცა არსებობს.
2.  $\sum_{j=1}^n$  მატრიცის ვექტორები ძლიერ კორელირებანია: რაც ნიშნავს, რომ მათი კოვარიაციული მატრიცა სინგულარულია, ხოლო მათი ინვერსიული მატრიცა არ არსებობს, ან მისი დეტერმინანტი 0-ს უახლოვდება, აქედან გამომდინარე, მატრიცა გაუმართავია; ცხადია, რომ ეს შემთხვევები მოითხოვს განსხვავებულ მიდგომებს.

**ინტერნალური განზომილებების დეტერმინაცია და წინაპირობების (წინამძღვრების) განსაზღვრა**

## პრინციპული კომპონენტების მეთოდი

სინგულარულ მნიშვნელობათა დანაწევრება (თქუ შინგულარ Vალუე ეცომპოსიტიონ) ( არდლეჟ.; შიძარ, ., 2003) წრფივი ალგებრის ერთ-ერთ მნიშვნელოვან ინსტრუმენტად ითვლება. სინგულარული მნიშვნელობების დანაწევრებაში ცნობილია, რომ ნებისმიერი მატრიცა (ფორმულა..) შეიძლება წარმოდგენილი იქნეს როგორც სამი მატრიცის პროდუქტი. ესენია მარცხენა სინგულარული ვექტორული მატრიცა (ფორმულა..), სინგულარული მნიშვნელობები, რომელიც შეიძლება ნაჩვენები იქნეს როგორც დიაგონალური მატრიცა არაუარყოფითი ჩანაწერებით, და მარჯვენა სინგულარულ ვექტორის (ფორმულა..) გადახრა.  $\mathbf{X}$  დანაწევრების სინგულარული მნიშვნელობა მოცემულია: (ფორმულა..),

სადაც  $\mathbf{U}$  და  $\mathbf{V}$  უნიტარული მატრიცებია, სვეტები არიან  $\mathbf{X}^T \mathbf{X}$ -ის ორთონორმალური ვექტორები (ეიგენვეცტორს) და დიაგონალური მატრიცა, რომელიც შეიცავს მნიშვნელობების (ეიგენვალუეს) კვადრატულ ფესვებს -დან, ან  $\mathbf{V}$ -დან დადამავალ რეჟში ( აკერ,2013).

(ფორმულა..) არის ორთონორმალური, თუ,

1. (ფორმულა..) (როცა  $\mathbf{U}$  კი (ფორმულა) ვექტორები ორმხრივ ორთოგონალურია), და,
2. (ფორმულა..) (ისინი ყველა უნიტარული მატრიცებია) ( ერნერ,2008).

ვექტორთა ერთობლიობა ორთონორმალურია, თუ თითოეული ვექტორის ნორმა ერთობლიობაში ერთმანეთის იგივეობრივია. როცა  $\mathbf{U}$  და  $\mathbf{V}$  ორთონორმალურია, მათი ნორმა არის (ფორმულა..). რადგან  $\mathbf{U}$  და  $\mathbf{V}$  უნიტარული მატრიცებია, (ფორმულა..).

ცნადად ჩანს მიმართება  $\mathbf{U}^T \mathbf{V}$  და ჩ შორის, რომელიც ქვემოთ მოკლედ არის განმარტებული:

მართლაც ჩ მოითხოვს  $\mathbf{X}$  კოვარიაციული მატრიცის მნიშვნელობებისა (ეიგენვალუეს) და ვექტორების (ეიგენვეცტორს) გამოთვლას, რომელიც  $\mathbf{X} \mathbf{X}^T$  პროდუქტია. რამდენადაც კოვარიაციული მატრიცა არის მართკუთხა და სიმეტრიული მატრიცა და ვექტორები (ეიგენვეცტორს) შეიძლება ნორმალიზებული იქნეს იმგვარად, რომ ისინი

ორთონორმალური იყენ, სადაც  $= V^m$ ; ჩ გამოყენებადია ამ კოვარიაციისადმი შემდეგი გზით (ფორმულა..)

სადაც <sup>2</sup> დიაგონალური მატრიცაა, რომლის დიაგონალურ ელემენტებს  $XX^m$  მნიშვნელობები (ეიგენვალუეს) (ფორმულა..) შეადგენენ. აქ დამოკიდებულება ადვილად შესაძლებელია დაინახოთ:  $XX^m$  მნიშვნელობების (ეიგენვალუეს) კვადრატული ფესვები წარმოადგენენ X-ის სინგულარულ მნიშვნელობებს ( როდნერ& როგე, 2007). ეს კავშირი დაგვეხმარება ჩ და  $V$  გამოვიყენოთ მოცემული კვლევის მიზნისთვის შეთანხმების საზღვრებში.

თუ გავაორმაგებთ 19 ტოლობის ორივე მხარეს მარჯვენა სინგულარული  $V$  ვექტორის მეშვეობით, ტოლობა შემდეგ სახეს მიიღებს: (ფორმულა..). ამ შემთხვევაში, ჩვენ შეგვიძლია გამოვთვალოთ პრინციპული კომპონენტები მარცხენა სინგულარული ვექტორის გაორმაგების საფუძველზე და სინგულარული მნიშვნელობის დიაგონალური მატრიცა, ან  $X$  მატრიცისა და  $V$  მარჯვენა სინგულარული ვექტორული მატრიცის გაორმაგების გზით. (ფორმულა..) (6)

ორივე წარმოადგენენ პრინციპულ კომპონენტებს, რომლებიც შეიძლება აღინიშნოს როგორც ” ” და თუ ჩვენ  $X$ -ს შევცვლით  $X$ -ის სინგულარული მნიშვნელობის დანაწევრებით, (ფორმულა..) უნდა იყოს (ფორმულა..), და თუ  $=$ , “ ” შეიძლება წარმოდგენილი იქნეს როგორც  $y = V^m +$  (7). თუ ჩვენ  $V^m$  -ს აღვნიშნავთ  $\beta$ -დ, მაშინ  $y = \beta +$  (8). თუ ჩვენ შეგვიძლია ვიპოვოთ ამგვარი  $\beta$ , მაშინ შეიძლება გამოვიყვანოთ შემდეგი ფორმულიდან  $V^m = \beta$ . (9)

ვექტორის რეგრესიის კოეფიციენტები შეიძლება ვიპოვოთ  $X$ -ის პრინციპული კომპონენტების გამოყენებით, რომლებიც აღნიშნულია როგორც . ნათელია, რომ პირველად  $\beta$  უნდა გამოითვალოს.

**რეგრესიის კოეფიციენტების თეორიული შეფასება პრინციპული კომპონენტებისა და შიდა განზომილებების განაწილებების მიხედვით**

$\beta$ -ს შეფასების შემდეგ უნდა გამოითვალოს ტოლობიდან (9). ვექტორის რეგრესიის კოეფიციენტები შეიძლება ვიპოვოთ პრინციპული კომპონენტების რეგრესიის მეთოდოლოგიის ( ჩ ) საშუალებით.

2.1 დეფინიცია საშუალებას იძლევა -ით აღინიშნოს ( $n \times k$ ) მონაცემთა მატრიცა, სადაც  $n$  კ. ნებისმიერი სიმეტრიული მატრიცა ( $k \times k$ ) შ, რომლის (ი,ჯ) ელემენტი ზომავს  $i$  და  $j$  ცვლადებს შორის კავშირის წარმოსახვას, ცნობილია როგორც ასოციაციური მატრიცა. სტატისტიკაში ოთხი ტიპის რამიან-ის ასოციაციური მატრიცა ( ენტლე,2007) გამოიყენება. შიდა პროდუქტის მატრიცა, ჩოსინე მატრიცა, კოვარიაციული მატრიცა და კორელაციული მატრიცა.

ოთხივე ტიპის მატრიცას საერთო ბუნება გააჩნია, თუმცა მათ აგრეთვე, გამოარჩევენ რამდენადმე განსხვავებული მახასიათებლები. ჩვენ არ შევუდგებით მათ უფრო დაწვრილებით განხილვას, მხოლოდ გამოვიყოფთ იმ მახასიათებლებს, რომლებიც რეგრესიული ანალიზის დროს გამოიყენება და იმავე საბოლოო შედეგებს უზრუნველყოფს (გამოთვლითი თვალსაზრისით). მომავალში კი უფრო მეტად გამოვიყენებთ შიდა პროდუქტის მატრიცას (ჩნერ როდუცტ ატრინ) კოვარიაციული მატრიცის ნაცვლად. აღსანიშნავია, რომ ჩ მატრიცა შედგება მხოლოდ  $k$  სვეტებისგან, სადაც  $k$ -ს რიცხვი მატრიცის არანულოვანი სინგულარული მნიშვნელობის რიცხვის ტოლია. ამრიგად,  $k$ -ს სინგულარული მნიშვნელობებისა და პირველი  $k$  სვეტების გამოყენება შესაძლებელია მატრიცის  $n \times k$  აღსანიშნავად როგორც ვექტორების სვეტების დანაწევრებისა, რომელიც მოცემულია ქვემოთ (ფორმულა..), სადაც  $\cdot$  არის ით<sup>3</sup> პრინციპული კომპონენტი.

ჩვენი მიზანი მდგომარეობს პრინციპული კომპონენტების გამოყენებით  $\beta$  კოეფიციენტების პოვნასა და ამის შემდეგ რეგრესიის კოეფიციენტების განსაზღვრაში ინტერნალური განზომილებების გაგლების იდენტიფიკაციისთვის. ამ მხრივ, მიზანშეწონილია  $y$ ,  $1, 2, 3, \dots$  ვექტორების სისტემის ( $I$ ) შიდა პროდუქტის მატრიცის განხილვა. როცა ვექტორების სისტემის  $I$  არის (ფორმულა..)

კარგად ცნობილი ფაქტია, რომ მონაცემთა მულტიგარიაციული ნორმალური განაწილებითვის,  $y$  იშვიათი ვექტორის პირობითი მოლოდინის პირობებში გარკვეული დამოუკიდებელი  $\cdot$  ( $i=1,2, \dots, k$ ) ცვლადებისთვის, შეიძლება წარმოდგენილი იქნეს როგორც (ფორმულა..)

პრინციპული კომპონენტები არის გეომეტრიულად “ორთოგონალური” ერთმანეთის მიმართ, როცა ისინი წარმოადგენენ ორთოგონალურ სინგულარულ ვექტორებზე საწყისი ჩანაწერების პროექციას. აქედან გამომდინარე, ცხადი ხდება, რომ <sup>22</sup> ქვემატრიცის საზღვრებში

დიაგონალური ელემენტების გარდა ყველა დანარჩენი წერტილოვანი პროდუქტი ნულია, როცა  $\alpha = 0$  და  $\alpha \neq 0$  ორთოგონალურია. მეტიც, როცა სინგულარული ვექტორები ორთონორმალურია  $\| \alpha \| = 1$ , (ფორმულა..) (10) და ამიტომ  $\alpha$  შეიძლება წარმოდგენილი იქნეს როგორც  $\alpha = \beta \gamma$  -ის წერტილოვანი პროდუქტი. ამრიგად, (ფორმულა..) (11).

აღნიშნულ გამოანგარიშებებსა და პრინციპულ კომპონენტებს შორის შიდა პროდუქტების ვექტორის გამოსათვლელად, რომელიც წარმოდგენილია როგორც  $\alpha$ , ჩვენ გამოგვყავს მომდევნო შიდა პროდუქტი (ფორმულა..) (12)

როგორც შედეგი  $\alpha$  არის  $\beta$  მწკრივის (ან სტრიქონის) ვექტორი და  $(\beta^{-1})$  არის კვადრატული მატრიცა, რეგრესიის კორელაციის  $\beta$  კოეფიციენტი უნდა იყოს  $\beta$  მწკრივის (ჰორიზონტალური) ვექტორი (ფორმულა..) (13) ანდა ჩვენ შეგვიძლია შეგავსოთ  $\beta$ -სთან მიმართებაში. (ფორმულა..) (14)

ამრიგად, ზემოთ წარმოდგენილი მიდგომა მოიცავს ორ საფეხურს:

3. წინაპრობითი გამოანგარიშებების სინგულარული ვექტორებისა და სინგულარული მნიშვნელობების გამოთვლას;
4. (13) და (14) ფორმულების გამოყენებას რეგრესიის კოეფიციენტების გამოსათვლელად.

ეს მიდგომა (შედეგად ალგორითმთან ერთად ღირს თენსორის პპროსიმატიონ-ის დახმარებით) საშუალებას იძლევა თავიდან ავიცილოთ ინვერსიული კოვარიაციული მატრიცის გამოთვლა, უმცირესი გათანაბრების მეთოდების პროცედურა და მარტივად უშვებს მის გამოყენებას რეგრესიული კოეფიციენტების მოძიებისთვის უშუალოდ ფორმულა (14) საშუალებით.

მულტიკოლინეარულობის შემთხვევაში, ვიყენებთ მოსაძიებელი კოეფიციენტების გამოსათვლელად ანალიტიკური გამოსახულებების ნაცვლად პრინციპულ კომპონენტებზე სტანდარტულ რეგრესიულ პროცედურას (13) და (14). ეს რეგრესია იძლევა  $\beta$  კოეფიციენტებს, რომლებიც შეიძლება გარდაიქმნან  $\alpha$ -დ ფორმულა (14) საშუალებით. ინტერნალური (იმპლიციტური) განზომილების თითოეული განაწილების დასაშვები დაახლოების თეორიული დეფინიცია და აქტუალურ და სანიმუშო მოდელებს შორის ამ განაწილებათა საბოლოო შედეგების გაგლენა

აღნიშნული სარისხები შეიძლება წარმოგადგინოთ შემდეგი წრფივი რეგრესიის მოდელის სახით  $y = X\beta + \epsilon$ , სადაც ალფა მნიშვნელობები შეფასებითი მნიშვნელობებია; არის დამოუკიდებელი იშვიათი მნიშვნელობების ნორმალური განაწილების ორმხრივ მიმართული ვექტორი ნულოვანი მნიშვნელობით.

საგარეუდო სარისხები შეიძლება აღინიშნოს როგორც (ფორმულა..) (15)

სანიშნო გამოცდის სარისხები შეიძლება წარმოგადგინოთ როგორც  $y = X\beta + \epsilon$  (16), სადაც  $\epsilon$  არის შიდა განზომილებების სასურველი (სანიშნო) განაწილებები განსაზღვრული წინაპირობების მიერ. ამის გათვალისწინებით, უნდა შეფასდეს და  $\beta$  ვექტორების სიხლოვე გამოცდის დაშვებადობის ტესტირებისთვის. რადგანაც და  $\epsilon$  ორივე კ-განზომილებიანი ვექტორებია, საჭიროა ორივე შემთხვევის ტესტირება:

1. და  $\beta$  ვექტორების თითოეული კოორდინატის (თითოეულ განზომილებაში) სტატისტიკური სიხლოვე არის (ფორმულა..) (17) და
2. და  $\beta$  ვექტორების კომპონენტების ჯამთა დაახლოება, რაც არის სიხლოვე მთლიანობაში (ფორმულა..) (18)
1. სტატისტიკური სიხლოვე თითოეულ განზომილებაში

და  $\beta$  სიხლოვის შედარებისა და  $\epsilon$  ნულოვანი ჰიპოთეზების ჭეშმარიტებისა თუ მცდარობის ვერიფიკაციის მიზნით, გამოიყენება მნიშვნელობის ტესტი ( უჯარატი, 2004; ლენცჰერ, 2002), ტ-ტესტი. მხედველობაში უნდა ვიქონიოთ ის, რომ ორი ან (მეტი) იშვიათი ცვლადების ნორმალური განაწილების ჯამის განაწილებაც წარმოადგენს აგრეთვე, ნორმალურ განაწილებას, რომლის მოლოდინი და ვარიაცია ტოლია მოლოდინებისა და ვარიაციების ჯამისა; ამ კონტექსტში, მნიშვნელობის ტესტი იქნება (ფორმულა..) (19), სადაც  $\beta$  : ნდომილებათა (დაკვირვებების) რიცხვია,  $\epsilon$  : თავისუფლების სარისხი,  $\beta$  : რეგრესიის მოდელის საბოლოო ციომილება,  $\epsilon$  : დამოუკიდელი ცვლადების კოვარიაციული მატრიცა. (ფორმულა..) არის ჯამი შეცდომების ფესვიდან (20), მაშინ (ფორმულა..) ( . რეგრესიის კოეფიციენტის სტანდარტული დევიაცია) (21)

ჩვენ შეგვიძლია უარყვით ნულოვანი ჰიპოთეზა, თუ (ფორმულა..) (22)

როცა სანდობის სარისხი არის  $\alpha = 0,05$ , და  $t_{\alpha/2, n-k}$  არის კრიტიკული მნიშვნელობა ტ-ცხრილიდან. ამ შემთხვევაში ამბობენ, რომ გამოთვლები სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია,

როცა ტ-მნიშვნელობა სვდება კრიტიკულ რეგიონში. შეგვიძლია ვიბოლოთ „ შემდგენარად (ფორმულა..) ნულოვანი ჰიპოთეზის შესაბამისად (17) (ფორმულა..) და (ფორმულა..)

თუ გამოთვლილი მნიშვნელობა სვდება დასაშვებ რეგიონში, შეგვიძლია დაგუშვათ, რომ „ და „<sup>0</sup> შორის განსწვავების მიზეზი იშვიათობაა. და შესაძლებელია დაგუშვათ, რომ „<sup>0</sup> 0.

## 2. სტატისტიკური სიანლოვე მთლიანობაში

მიზანშეწონილების კრიტერიუმების განსაზღვრისთვის უნდა გამოითვალოს იშვიათი „(i=1,2,...,k) ცვლადების კ ნორმალური განაწილების ჯამის განაწილება არაიშვიათი მუდმივას (ფორმულა..) მეშვეობით. წინა შემთხვევის მსგავსად, კვლავ უნდა იქნეს მიღებული მსუდველობაში, რომ კ იშვიათი ცვლადის ნორმალური განაწილების ჯამი კვლავაც ნორმალური განაწილება იქნება, რომლის მოლოდინები და ვარიაციები ტოლია მოლოდინებისა და ვარიაციებისა ჯამისა. ამ შემთხვევაში ტ-ტესტი იქნება (ფორმულა..) (23)

თუ გამოთვლილი ტ-მნიშვნელობა დასაშვებ რეგიონში სვდება, შეგვიძლია დაგუშვათ, რომ განსწვავება (ფორმულა..) შორის იშვიათობის მიზეზით არის განპირობებული. და შესაძლებელია ნულოვანი ჰიპოთეზის დადასტურება (ფორმულა..)

სსვა შემთხვევაში, დიდი ტ-მნიშვნელობა მოწმობს ნულოვანი ჰიპოთეზის საწინააღმდეგოდ და იგი განიხილება სისტემატურ შეცდომად, როცა ტ შეფასება მისაღები რეგიონის გარეთ იმყოფება. აქედან გამომდინარე, (ფორმულა..) (24)

**რაოდენობრივი მაგალითი: ინტერნალური განზომილებების დეტერმინაცია და წინაპირობების გავლენის განსაზღვრა პრინციპული კომპონენტების მეთოდით**

თეზისური ნაშრომის გამოყენებით ნაწილში მოცემულია 12 განსწვავებული კონკრეტული შემთხვევის კვლევა. ერთ-ერთი მათგანი ქვემოთ არის მოყვანილი შერჩევითი გამოყენების საჩვენებლად. იგი შერჩეულია 3.3 განყოფილებიდან. წინაპირობები დაბალი კორელაციისაა. 20063 სიმულაციური კვლევის შემდეგ მატრიცა განისაზღვრება როგორც დამოუკიდებელი ცვლადების “ ” ვექტორისა და ორი წინაპირობითი ვექტორების კომბინაცია. დამოუკიდებელი ცვლადი განიხილება როგორც % ინტერესის გამოცდის პირობებში. სასწვდება როგორც აქტუალური გამოცდა და  $X_1$  და  $X_2$  დამოუკიდებელი ცვლადების ვექტორები განიხილება შესაბამისად, როგორც წინაპირობითი 1 და



წინაპირობითი 2. (ფორმულა..) არის ნორმალური განაწილება და მათი განაწილების ნორმალურობა გამოსახულია ქვემოთ მოყვანილ ჰისტოგრამაზე.

დაბალი კორელაცია ორ წინაპირობას შორის ილუსტრირებულია ქვემოთ გაფანტულობის დიაგრამაზე. მათ შორის კორელაცია არის 0.20. (დაბალი კორელაციის მონაცემების გრაფიკი..) გრაფიკი 12: ორ წინაპირობას შორის დაბალი კორელაციის დიაგრამა

სანიმუშო მოდელის ინტერნალური განზომილებების სასურველი განაწილება განისაზღვრება როგორც  $x_1^0=0.15$ ,  $x_2^0=0.2$  წინაპირობა 1-სა და წინაპირობა 2-სთვის. აქტუალურ გამოცდაში სასურველი საბოლოო შედეგის გაგვლენა შეადგენს  $x^0 = x_1^0 + x_2^0 = 0.35$ . თუ აქტუალური გამოცდა სამი განზომილებისაა, ორი მათგანი უნდა უკავშირდებოდეს ორი წინაპირობითი გამოცდით და ერთი განზომილება თავად აქტუალური გამოცდით. იმპლიციტური განზომილებების რეგრესიის კოეფიციენტების გასაგებად იგი უნდა აღიწეროს (ფორმულა..) საშუალებით.

წინაპირობების უშუალო გამოყენების სანაცვლოდ კვლევაში გამოიყენება პრინციპული კომპონენტები. პირველ რიგში, კოლინეარულობის თავიდან აცილებისა და მეორეც, რეგრესიის კოეფიციენტების შეფასების სიმარტივისთვის წარმოდგენილია მრავალგანზომილებიანი ანალიზი პრინციპული კომპონენტების საფუძველზე. პირობითი განაწილების ფუნდამენტური კომპონენტების გამოყენებით განისაზღვრება ინტერნალური განზომილებების განაწილებები.

მატრიცის ნაცვლად შემდეგი მატრიცა მიიღება მხედველობაში, რომელიც განისაზღვრება აქტუალური გამოცდისა და ორი პრინციპული კომპონენტის მიერ: (ფორმულა..).

შV მეთოდოლოგიის გამოყენებით მარჯვენა და მარცხენა სინგულარული ვექტორები გამოითვლება და განისაზღვრება როგორც V და . -ს დამოუკიდებელი ცვლადების (წინაპირობების) წერტილოვანი პროდუქტის პრინციპული კომპონენტებისა და მატრიცის სინგულარული მნიშვნელობების მისაღებად ( = \* ) გამოიყენება.

როდესაც ჩვენ ვიცავთ 2.52 განყოფილებაში წარმოდგენილ თეორიულ პროცედურებს, აუცილებელია 12 და 22 აღწერა აღნიშნული რეგრესიის კოეფიციენტების

საბოგნელად. ამ ნაწილში 22 მარტივად განისაზღვრება როგორც  $\sigma$  და  $\sigma$ -ის შიდა პროდუქტი, სადაც  $\sigma$  არის სინგულარული მნიშვნელობების ვექტორი.  $\sigma$ -ის დიაგონალური ელემენტებია 1181.623 და 259.66. ეს იძლევა 22 და 22 შეფასების შესაძლებლობას შიდა პროდუქტის მატრიციდან (ინერ როდუცტ ატრის (I)). აქტუალური გამოცდის წარისხებისა და პრინციპული კომპონენტების ვექტორების I სისტემა გამოიყენება იმპლიციტური განზომილებების განაწილებების განსაზღვრისთვის. I არის: (ფორმულა..)

როცა  $\sigma$  დამოკიდებული ცვლადის (აქტუალური გამოცდა) შიდა პროდუქტი და წინაპრობების პრინციპული კომპონენტები განსაზღვრულია 2.5.2 განყოფილებაში როგორც (ფორმულა...), 12 შეიძლება ნაბოგნი იქნეს ატ აბ-ში როგორც  $\sigma$ -ის წერტილოვანი პროდუქტი და პრინციპული კომპონენტები შემდეგნაირად: (ფორმულა..) ამიტომ 12 არის (ფორმულა..) 12-ს ინვერსია არის: (ფორმულა..)

ამრიგად, 12 22<sup>-1</sup> იძლევა  $\beta$ -ს და პრინციპული კომპონენტების რეგრესიის კოეფიციენტები არიან: (ფორმულა..)

აქტუალური გამოცდის წარისხებისა და მოცემული პრინციპული კომპონენტების გამოყენებით, 2.5.2. განყოფილებაში აღწერილი მოდელის დახმარებით შეიძლება ვიპოვოთ V მატრიცის შემდეგი მარჯვენა სინგულარული ვექტორი: (ფორმულა..) V\* $\beta$ -ს გამოყენებით შეფასებითი იმპლიციტური განზომილებები არიან: (ფორმულა..)

ამ კოეფიციენტების მისაღებობის შესადარებლად ტ-სტატისტიკა გამოიყენება და ეს შედარება სორციელდება შემდეგი კოდირების მეშვეობით (ფორმულა..);

როგორც ზემოთ არის ნაჩვენები, ცთომილების ტერმინის გარდა აუცილებელია წინაპრობების მოცემული კოვარიაციული მატრიცის ორივე, როგორც სანიმუშო, ისევე აქტუალური მოდელის სიანლოვის წარმოდგენა: (ფორმულა..)

ვიდრე კოვარიაციული მატრიცა  $\Sigma$  ზემოთაა და ამოფესვის შეცდომა უდრის 1.3686, ტ-მნიშვნელობები ნაბოგნია როგორც 0.9211 და 0.8291 შესაბამისად, შეფასებით და საგარაუდო ალფა კოეფიციენტებთან მიმართებაში. კრიტიკული ტ-მნიშვნელობის 1.6526 მისედვით, მოცემული ტ-მნიშვნელობები აჩვენებენ, რომ შეფასებითი იმპლიციტური განზომილებების ორივე გავლენები მისაღებია თავისუფლების წარისხისთვის 197. რადგან ტ-მნიშვნელობები არ აღემატება კრიტიკულ მნიშვნელობას 0.05 მნიშვნელად დონეზე, ამიტომ

ჩვენ ვერ უარვყოფთ ნულოვან ჰიპოთეზას, რაც წარმოადგენს გასწავლებას შეფასებითი და სასურველი რეგრესიის კოეფიციენტებს შორის და ნულის ტოლია. გარდა ამისა, როდესაც ვაწარმოებთ ორივე, შეფასებითი და სასურველი შიდა განზომილებების საერთო შედეგების გავლენების სიახლოვის შედარებას, გამოიყენება ქვემოთ მოცემული ატლას კოდი: (ფორმულა..)

სასურველი და აქტუალური მოდელების შიდა განზომილებების განაწილებების საერთო შედეგების გავლენების შედარებისას -1.2371 ტ-მნიშვნელობა გამოითვლება. ეს მნიშვნელობა კიდევ ერთხელ იმის მაჩვენებელია, რომ სანამ -1.2371 აბსოლუტური მნიშვნელობა არ აღემატება ტ-კრიტიკულ მნიშვნელობას, სიახლოვე მნიშვნელადია. ეს გახლავთ აქტუალური მოდელების საერთო შედეგის მისაღები გავლენის ინდიკატორი. აქტუალურ გამოცდას გააჩნია კეთილსაიმედო მიმართება სანიშნო მოდელების წინაპირობებთან. ასეთივე წესით, იგი აჩვენებს, რომ აქტუალური მოდელი არ მოიცავს და ზომავს მხოლოდ ერთ რომელიმე უნარს და არ შეიძლება დაკონკრეტდეს რომელიმე ერთ განზომილებაზე. აქტუალური მოდელი ორი წინაპირობის ძალითა და მესამე მიმდინარე გამოცდის გათვალისწინებით წარმოადგენს სამ განზომილებიან მოცემულობას. აქედან გამომდინარე, კურსის შეფასება ნდება განზომილებიანობისა და ამავდროულად თვალსაზრისის წარსინის მიხედვით. ამიტომ ფიქსირებული მდგომარეობა ადასტურებს იმას, რომ იმპლიმენტირებული კურსი ადეკვატური წარსინისაა ფონური ცოდნის უფრო ფართო პერსპექტივაში სათანადო გამოყენებისათვის.

**არასასურველი აქტუალური მოდელი:** ერთ-ერთი შეფასებითი შიდა განზომილება და ორივე შიდა განზომილების საერთო შედეგის გავლენა მნიშვნელოვნად აღემატება “სასურველ კოეფიციენტსა და სასურველ საბოლოო შედეგის გავლენას”.

საგანმანათლებლო პროცესში შეიძლება შეგვეჯახოთ სწავლასწავა სიტუაციებს, როდესაც ფოკუსირება კურსის წარსინზე ნდება. მისაღები, ადეკვატური კურსების გარდა კურსების არასაკმარის იმპლიმენტაციას შესაძლოა ადგილი ჰქონდეს მთელი საგანმანათლებლო ციკლის განმავლობაში. სწავლასწავა სცენარების გათვალისწინება ნდება ექსპერტთა შეხედულებების შესაბამისად, ჩვენი მოხსენების ეფექტურობის წარმოსადგენად გამოკვლეულია აქ მოცემული არასასურველი (არაკვალიფიციური) შემთხვევა. სასურველი

გავლენები კარგად ორგანიზებული, დამაკმაყოფილებელი აქტუალური კურსისთვის განისილება როგორც  $r_1^0=0.15$ ;  $r_2^0=0.20$ .

როგორც აღინიშნა, ჩვენს კვლევაში რეგრესია განხორციელდა პრინციპულ კომპონენტებზე. მარჯვენა სინგულარული ვექტორული მატრიცა, რომლის პოვნაც მოხდა სინგულარული ტ-მნიშვნელობის დანაწევრებით ქვემოთ არის ნაჩვენები (ფორმულა..)

აქტუალურ გამოცდაში პირველი შეფასებითი რეგრესიის კოეფიციენტი ნაპოვნი იქნა “ $r_1=0.2024$ ” და პირველი ტ-მნიშვნელობის “0.9211” მისევედით, წინაპირობა 1 სვედრითი წილი მისაღებია. მოუხედავად ამისა, მეორე შეფასებითი ინტერნალური განზომილების მისევედით  $r_2=0.3478$ , მნიშვნელობა “2.5633” უფრო დიდია, ვიდრე ტ-კრიტიკული მნიშვნელობა “1.6526” თავისუფლების წარისხისთვის 197, ამიტომ სიტუაცია არ შეიძლება აისხნას როგორც იშვიათი და წინაპირობა 2-ის განაწილება არ მიიღება, ამდენად არსებული ნულოვანი ჰიპოთეზა უნდა უგულებელიყოს.

რამდენედაც ორი წინაპირობის საბოლოო შედეგის გავლენა უდრის 0.35 სანიმუშო მოდელში, აქტუალურ მოდელში შიდა განზომილების შეფასებითი კოეფიციენტის საბოლოო შედეგის გავლენა 0.5502 ტოლია და ეს შედეგები ძალზე დაშორებულია ერთმანეთისგან. საბოლოო შედეგის გავლენის დევიაციის (სანიმუშო მოდელის შიდა განაწილების ჯამი) შედარება შეფასებითი მოდელის შიდა განაწილებიდან იწარმოება სანიმუშო მოდელის კოვარიაციის შესაბამისად, ცთომილება აქტუალური მოდელის წარისხებსა და სასურველი მოდელის წარისხებს შორის თავისუფლების წარისხისთვის 197 და ტ-მნიშვნელობა ტოლია - 2.4720 და იგი უფრო მეტია, ვიდრე ტ-კრიტიკერიუმის მნიშვნელობა “1.6526”, აქედან გამომდინარე ამგვარი აქტუალური გამოცდა არ შეიძლება განისილებოდეს როგორც მისაღები მოდელი შეფასებითი კოეფიციენტების საბოლოო შედეგის გავლენის სიძლიერისა და სანიმუშო კოეფიციენტების გამოც. ცხადი ხდება, რომ ეს გამოცდა წარმოადგენს სამგანზომილებიანს (წინაპირობა 1, წინაპირობა 2 და აქტუალური გამოცდა), მაგრამ პრობლემა იმაში მდგომარეობს, რომ წინამორბედი კურსების განაწილება აქტუალურ გამოცდაში ძლიერ არის წარმოდგენილი.

ეს სიტუაცია ზემოქმედებს აქტუალური კურსის წარისხზე. რამდენედაც მეორე წინაპირობის თითქმის 35% განმარტავს მიმდინარე გამოცდას, ეს შემთხვევა შეიძლება განვიხილოთ როგორც ახალი ცოდნის გარდაქმნის ნაკლებობის ინდიკატორი, რომელიც

მიმდინარე სექტორში უნდა იქნეს წარმოდგენილი. აღნიშნულის ინტერპრეტაცია გულისხმობს, რომ აქტუალური გამოცდა მნიშვნელოვანწილად დამოკიდებულია წინა კურსებზე მიღებულ ძველ ცოდნაზე, რამდენადაც იმპლიციტური კოეფიციენტების საბოლოო ჯამი დაახლოებით 0.55 ტოლია. ეს შემთხვევა მიუთითებს ახალი კურსის ძლიერ კავშირს ფონურ ცოდნასთან. სწავლის ხარისხით, კურსი უნდა ზრდიდეს სტრუქტურის უნარებს; მიუხედავად ამისა, იგი შეიძლება ინტერპრეტირდეს იმგვარად, რომ აღნიშნული შეჩვევით კურსი მოცემულ გარემოებას ადეკვატურად არ აკმაყოფილებს.

### **ერთ-ერთი შიდა განზომილების არასასურველი განაწილება, მაგრამ მისაღები საბოლოო შედეგი**

ამ განყოფილებაში კვლევის მიზანი განსწავლული სცენარის შემუშავებაში მდგომარეობს ჩვენი თეორიული მიდგომის ვალიდურობის საჩვენებლად. ამ თვალსაზრისით, მიზანშეწონილია ახალი მონაცემების გაფორმება შეფასებითი ახალი კომპონენტების განაწილების სიძლიერის საფუძველზე. როცა ჩვენ მარტივად ვახდენთ ამ მონაცემების ანალიზს უშუალოდ ატ აბ კოდირებით, ჩვენ ვხედავთ, რომ შეფასებითი შიდა განზომილებები არიან შესაბამისად, 0.2524 და 0.1478 აქტუალური გამოცდისთვის. ამავდროს, შიდა განზომილებების განაწილება მოცემულია როგორც 0.1500 და 0.2000 სანიმუშო გამოცდისთვის. პირველი წინაპირობის ტ-მნიშვნელობის მიხედვით, იგი განისაზღვრება როგორც 1.7985 და სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია, რომ მოხდეს ნულოვანი ჰიპოთეზის უგულველყოფა. ეს სიტუაცია აჩვენებს, რომ არსებობს განსწავლება პირველი წინაპირობის შეფასებით შიდა განზომილებების განაწილებასა და სანიმუშო მოდელის პირველი წინაპირობის კოეფიციენტს შორის, რომელიც არ შეიძლება აღიწეროს იშვიათობის მიხედვით. ამრიგად, პირველი შეფასებითი განაწილება არ არის მისაღები.

მეორე შიდა განზომილების განაწილების მიხედვით, ტ-მნიშვნელობა მიიღება როგორც -0.9042, რაც არის ის შემთხვევა, რომელიც უშვებს მეორე შეფასებითი წინაპირობის განაწილების მიღებას. გარდა ამისა, ვიდრე შეფასებითი კოეფიციენტების საბოლოო შედეგის გავლენა დაახლოებით 40%-ია, ეს გავლენა აქტუალურ გამოცდაში დასაშვებია, რადგან ტ-მნიშვნელობა -0.6196 ტოლია. ფაქტობრივად, სასურველი საბოლოო შედეგის გავლენა<sup>0</sup> იყო 35%. ალგებრულად ეს არ წარმოადგენს იმდენად დიდ განსწავლებას (მხოლოდ 5%), აქტუალურ გამოცდაში წინაპირობების ხვედრითი წილისთვის

ეს განსწავლება შესაძლებელია მისაღები იყოს ტ-მნიშვნელობასთან მიმართებაში. დასკვნისთვის მისი ინტერპრეტირება შესაძლებელია იმგვარად, რომ აქტუალური გამოცდა წარმოადგენს სამგანზომილებიანს და იგი დაახლოებით აკმაყოფილებს საკვალიფიკაციო გამოცდის მოლოდინებს.

### **შიდა განზომილებების არასასურველი განაწილება და საბოლოო შედეგის გაგვინის დაუსვებლობა**

წინა სამ შემთხვევაში განსწავლებული შესაძლებლობები განიხილებოდა. ამასთანავე, მეოთხე შემთხვევაში ძალზე მნიშვნელოვანია ახალი სცენარის შემუშავება. ახალი მონაცემების შესაბამისად, აქტუალური გამოცდის შემდეგი შედეგები მიიღწევა.

სასურველი სანიმუშო მოდელის კოეფიციენტები აღიწერება როგორც  $\beta_1^0=0.15$ ;  $\beta_2^0=0.20$ . ამ სანიმუშო პარამეტრებისა და შეფასებითი განაწილებების სიანლოვე დგინდება კვლავ ტ-მნიშვნელობების მიხედვით. ტ-მნიშვნელობები ნაპოვნია როგორც  $-1.7172$  და  $-2.1192$  წინაპირობა 1 და წინაპირობა 2 შესაბამისად. ორივე მათგანი აღემატება ტ-კრიტიკულ მნიშვნელობას და სტატისტიკურად შიდა შეფასებითი განზომილების ორივე განაწილება არ არის დასაშვები, ამდენად ნულოვანი ჰიპოთეზა უგულებელსაყოფია. ეს არის გამორჩეული განსწავლება მოსალოდნელ  $\beta_1^0$ ,  $\beta_2^0$  შიდა განაწილებებსა და შესაბამისად, შეფასებით  $\beta_1=0.0524$ ; და  $\beta_2=0.0778$  კოეფიციენტებს შორის. ამ შეფასებითი რეგრესიული კოეფიციენტების მნიშვნელობა გულისხმობს, რომ ორივე წინაპირობა ძალზე სუსტად მონაწილეობს აქტუალურ გამოცდაში.

როგორც უფრო ადრე იქნა აღნიშნული, ორივე წინაპირობა და აქტუალური გამოცდა თავისთავად ეფუძნება მსგავს და პარალელურ უნარებს. ისინი განიხილება იმავე სამუშაო ჩარჩო კურსებში. ამ თვალსაზრისით, კურსებს შორის დამოკიდებულება ცნადია პედაგოგიური მოსაზრებით. საკითხებზე რეაგირების თეორიის (იტემ დესპონსე თეორიე) მოთხოვნების მიხედვით, სტუდენტის უნარი ინგარიანტულია ცალკეულ კონკრეტულ დროში. ზოგადად, “თუკი გამოცდების მდგომარეობა და სწავლების დონე საიმედოა”, მაშინ სტუდენტი წარმატებულია/წარუმატებელია კურსის ფარგლებში, იგივე სტუდენტი კვლავაც წარმატებულია/წარუმატებელი უნდა იყოს მსგავსი ან დაკავშირებული თემებისა თუ შესაბამისი ახალი კურსების საზღვრებშიც. ეს მიდგომა შეიძლება განზოგადდეს აგრეთვე, სტუდენტთა ჯგუფზეც. აქედან გამომდინარე, დამოკიდებულება მიმდინარე კურსსა და

წინამორბედ კურსებს შორის, რომლებიც აქ მოხსენიებულია როგორც წინაპირობითი კურსები, შესაძლებელია გაანალიზდეს აღნიშნული კურსების საგამოცდო შედეგების გათვალისწინებით. შექმნილი ცოდნის გამოყენება მნიშვნელოვანია კურსის დონის გასაუმჯობესებლად, რადგან ახალი ცოდნა და ახალი უნარები ამ საფუძველზე კონსტრუირდება. საგანმანათლებლო პროცესის არაადეკვატური დონე არ მოიცავს ამგვარ ბაზისებს. წინაპირობების რეფლექსია უნდა წარმოებული იქნას კარგი წარსლის გამოცდაში.

ამ კონტექსტში, როცა კვალიფიციურ კურსში წინაპირობების მოსალოდნელი გავლენა განისაზღვრება 15% ( $\alpha=0.15$ ), თუ წინაპირობის განაწილება ძალზე დაბალია (თითქმის 5%) მსგავსად ზემოთ მოყვანილი ( $\alpha=0.0524$ ), ეს სიტუაცია შეიძლება ინტერპრეტირდეს როგორც ადრეშექმნილი ცოდნის ნაკლებობა, ან ადრეშექმნილი ცოდნისა და აქტუალური ცოდნის კავშირის ნაკლებობა.

მოცემულია  $\alpha=0.20$ , მაგრამ შეფასებითი განაწილება არის  $\alpha=0.0778$  წინაპირობა 2-ისთვის. ამ კოეფიციენტების მიხედვით, მნიშვნელობები მიიღება -1.7172 და -2.1192 და ორივე აღემატება კრიტიკულ ტ-მნიშვნელობას (1.6526). აქედან გამომდინარე, ორივე შიდა შეფასებითი განზომილების გავლენა აქტუალურ გამოცდისთვის არ არის დასაშვები. მიმდინარე კურსში დამოკიდებულება ფონურ ინფორმაციასა და ახალ ცოდნას შორის საკმარისად არ მიიჩნევა. მეტიც, აღნიშნულ შიდა განზომილებების შეფასებით განაწილებებს შორის საბოლოო შედეგის გავლენა უთანაბრდება 13%-ს და მოსალოდნელი საბოლოო შედეგის გავლენა განისაზღვრება როგორც 35%. ტ-ტესტის მეშვეობით აღიწერება ამ საბოლოო შედეგის გავლენების სიახლოვე. შესაძლოა, აქტუალური მოდელი და სანიმუშო მოდელი ძალზე დაშორებულია ერთმანეთისგან საბოლოო შედეგის გავლენის ანალიზის თვალსაზრისით ტ-მნიშვნელობის (2.7146) პირობებში. ამრიგად, აქტუალური მოდელი არ არის მისაღები და დასაშვები. აქტუალური კურსი ძალზე კონცენტრირებულია ერთ განზომილებაზე, თავად კურსზე.

### დასკვნები

კურსი და შესაბამისი აქტუალური გამოცდა შემუშავებულია განზომილებადობისა და ამავდროულად, წარსლის თვალსაზრისით. ძირითადად არაკორელირებადი, დაბალი კორელაციისა და მულტიკოლინეარული სამი განსხვავებული შემთხვევა გამოიყოფა და შემუშავებულია გამოცდის განზომილებიანობის დადგენის მიზნით. დაწვრილებით გარჩეულია

ოთხი განსწავლებული შემთხვევა და აქედან გამომდინარე, შესაბამისი ფაქტებია განხილული და ინტერპრეტირებული:

შემთხვევა 1: აქტუალური მოდელისა და სანიმუშო მოდელის სასურველი სიანლოვე

შემთხვევა 2: არასასურველი აქტუალური მოდელი, როცა ერთ-ერთი შეფასებითი შიდა განზომილებისა და ორივე შიდა განზომილების საბოლოო შედეგის გაგვლენა აღემატება “სასურველ კოეფიციენტსა და სასურველი საბოლოო შედეგის გაგვლენას”.

შემთხვევა 3: ერთ-ერთი შიდა განზომილების არასასურველი განაწილება, მაგრამ დასაშვები საბოლოო შედეგის გაგვლენა.

შემთხვევა 4: ორივე შიდა განზომილების არასასურველი განაწილება და მიუღებელი საბოლოო შედეგის გაგვლენა.

პირველი და მესამე შემთხვევების შედეგების მიხედვით, ზოგადად, ამგვარი გამოცდები არიან სამგანზომილებიანი, საკვალიფიკაციო გამოცდის

მოლოდინები თითქმის დამაკმაყოფილებელია ორივე შემთხვევაში. თუმცა მეორე შემთხვევაში, კურსს ძლიერი დამოკიდებულება გააჩნია ფონურ ცოდნასთან და იგი არ წარმოადგენს მოთხოვნად სიტუაციას. მეოთხე შემთხვევაში აქტუალური მოდელი და სანიმუშო მოდელი ძალზე დაშორებულია ერთმანეთისგან და ეს სიტუაცია განიხილება ორი განსწავლებული ფაქტის მიხედვით. ერთის მხრივ, აქტუალური გამოცდა ძალზე კონცენტრირებულია ერთ განზომილებაზე (თავად ანალი კურსის მასალაზე), რაც წინაპირობებს შორის ძალზე სუსტი კავშირის მაჩვენებელია; მეორეს მხრივ, წინაპირობით კურსსა და აქტუალურ კურსს შორის ძალზე ძლიერი დამოკიდებულება ფიქსირდება, აქტუალური გამოცდა არის ჯერ კიდევ სამგანზომილებიანი, მაგრამ წინაპირობების ზემოქმედება არასასურველად აღემატება მოსალოდნელ განაწილებებს.

## პუბლიკაციები

სტატიები:



1. ერგუვენ მ.,(2012), “Comparison of University Entrance Examination Scores with Final Students’ ანდ ფფეტს ონ ტჰე შტუდენტს’ შუცესს”, ტექნიკური მეცნიერების და ტექნოლოგიების ჟურნალი, შსსუ, (1)-1: გვ. 33-37, Iშ : 2298-0032
2. ერგუვენ მ.,(2012), “Comparison of the Efficiency of Principal Component Analysis and Multiple Linear Regression to Determine Students” აკადემიური მიღწევა, საინფორმაციო და საკომუნიკაციო ტექნოლოგიების გამოყენების მე-6 საერთაშორისო კონფერენცია ( Iწთ) I , გვ. 1-5, Iშ : 978-1-4673-1739-9
3. ერგუვენ მ. (2013). “Influences of Measurement Theory on Statistical Analysis & Stevens’ Scales of Measurement”. ტექნიკური მეცნიერების და ტექნოლოგიების ჟურნალი, შსსუ, 2(1), გვ.21-25. Iშ : 2298-0032.
4. ერგუვენ მ. (2013). “Two Approaches in Psychometric Process Classical Test Theory and Item Response Theory”. განათლების ჟურნალი შსსუ, 2(2), გვ. 23-30, Iშ : 2998-0172
5. ერგუვენ მ., ერგუვენ ჯ. (2013) “An Empirical Study on Assessment of Item-Person Statistics and Reliability Using Classical Test Theory Measurement Methods”, ტექნიკური მეცნიერების და ტექნოლოგიების ჟურნალი, შსსუ, 2(2): გვ. 25-33, Iშ : 2298-0032