

შავი ზღვის საერთაშორისო უნივერსიტეტი
კომპიუტერული ტექნოლოგიებისა და საინჟინრო საქმის
ფაკულტეტი

ჯიჰან მერთ

დროითი მწკრივების ანალიზის არაპარამეტრული ალგორითმის
შემუშავება

სადოქტორო დისერტაციის ავტორეფერატი
კომპიუტინგი
(სიგნალების ტეორია)

თბილისი, 2011

ხელმძღვანელი:

პროფ. დოქტ. ალექსანდრე მილნიკოვი.....

ექსპერტი:

პროფ. დოქტ. ირაკლი როდონია.....

ობონენტები:

პროფ. დოქტ. გიორგი ძიძიგური.....

პროფ. დოქტ. ლაშა ეფრემიძე.....

1. ნაშრომის ზოგადი მიმოხილვა

თემის აქტუალურობა

მეცნიერებისა და ინჟინერიის სწრაფი განვითარება ჰქმნის მთელ რიგ მოცანას უკიდურესად მნიშვნელოვანი დიდი სირთულის მონაცემების ანალიზთან დაკავშირებით. ეს უკანასკნელი ხასიათდება ისეთი საკითხებით, როგორცაა პროგნოზირება და მონაცემთა დაკვირვების შედეგად მიღებული მონაცემთა მწკრივების (დროითი მწკრივების) ანალიზი. დროითი მწკრივების ანალიზი მიეკუთვნება სტატისტიკის სფეროს, სადაც დაკვირვებები ხშირად, თუმცა არა აუცილებლად, გროვდება თანმიმდევრულად დროში თანაბარ დროის პერიოდებში და ანალიზი ითხოვს დაკვირვებებს შორის დამოკიდებულების დადგენას. ეს სფეროები დღესდღეობით მოიცავს ყველა მიმართლებას, სადაც სტატისტიკური მეთოდები გამოიყენება, კერძოდ:

ეკონომიკა: ეკონომიკური მაჩვენებლები, როგორცაა დაუსაქმებლობის სტატისტიკა ან საცალო ვაჭრობის ფასები და ფინანსური მწკრივები, როგორცაა ვალუტის გაცვლითი კურსი ან ბირჟის ფასები, ყველა წარმოადგენს დროითი მწკრივების მაგალითებს.

ინჟინერია: ინჟინერიის ბევრი სფერო მოიცავს მწკრივებს, რომლებიც აღირიცხება დროში და ახდენს დროითი მწკრივის ფორმირებას.

გარემოს დაცვის სტატისტიკა: ფართოდ გამოიყენებითი მზარდი სფერო, ისეთი აქტუალური საკითხების გათვალისწინებით, როგორცაა გლობალური კლიმატის ცვლილება, რომელიც მოიცავს ტემპერატურის ან ნალექების დროით მწკრივებს და ისეთ სფეროებს როგორცაა ატმოსფერული დაბინძურება, რომელიც მოიცავს ჰაერის ხარისხის საზომის დროით მწკრივებს.

დროითი მწკრივები მოიცავს ძალიან ღირებულ პრაქტიკულ ინფორმაციას და შესაძლებელია მისი ეფექტურად გამოყენება შემდეგ სფეროებში.

ანალიზი: მოდელის პოვნა, მონაცემებში დროის დამოკიდებულების აღწერისათვის. ეს ჩვეულებრივ პირველი ნაბიჯია საკითხის ნებისმიერი სხვა ნაწილისათვის, მაგრამ ზოგჯერ ეს მხოლოდ ნაბიჯია.

პროგნოზირების ამოცანა მდლოგამარეობს იმაში, რომ დაკვირვების შედეგად მიყვებულ მონაცემებზე დაყრდნობით უნდა გააკეთდეს მოცემული პროცესის მნიშვნელობების შეფასება.

კონტროლი: მწკრივების პროგნოზირების შემდეგ ცნდება აუცილებლობა თუ როგორ მივუსადაგოთ სხვადასხვა კონტროლის პარამეტრები, რათა პროცესი მივუახლოვოთ წინასწარ დასმულ მიზანს.

ბევრ უკიდურესად მნიშვნელოვან დარგში დროითი მწკრივების ასეთი ფართო გამოყენების მიუხედავად, ბევრი მეცნიერული და პრაქტიკული საკითხი დროითი მწკრივების თეორიასთან და გამოყენებასთან დაკავშირებით მოითხოვს სერიოზულ დახვეწას. ამის მთავარი მიზეზი არის დროითი მწკრივების შემთხვევითი ბუნება და დროითი მწკრივების პრობლემებში გამოყენებული თანამედროვე მათემატიკური მეთოდების სირთულეები.

ეს უკანასკნელი ცხადყოფს, რომ დროითი მწკრივების ანალიზის მათემატიკური მეთოდების არსებობის მოდიფიცირება, გაუმჯობესება, განვითარება და განსაკუთრებით ასეთი სახის პრობლემების გადაჭრის ახალი მიდგომების შემუშავება უკიდურესად მნიშვნელოვანია პრაქტიკისა და მეცნიერებისათვის.

ნაშრომის მიზნები:

1. სინგულარული სპექტრის ანალიზის მეთოდში სინგულარული მნიშვნელობების და სინგულარული ვექტორების პრინციპიალურად შეფასების ახალი მეთოდის შემუშავება.
2. დროითი მწკრივების ანალიზის და კომპონენტებზე დაშლის ახალი, მარტივი და მდგრადი ალგორითმის შექმნა სინგულარული მნიშვნელობების და სინგულარული ვექტორების შეფასების ახალი ალგორითმის ბაზაზე;
3. შესაბამისი საპროგრამო უზრუნველყოფის შექმნა .

კვლევის ობიექტები

სტაციონარული და არასტაციონარული დროითი მწკრივები, სინგულარული მნიშვნელობები და სინგულარული ვექტორები, ტენზორული აპროკსიმაციები, გამოსათვლელი ალგორითმები.

მეცნიერული სიახლე

მეცნიერული სიახლე მოიცავს შემდეგს:

1. შემუშავებულია არა-კვადრატული დიდი ზომის მატრიცების სინგულარული მნიშვნელობების და სინგულარული ვექტორების გამოთვლის ახალი მეთოდი:
 - a. ეკარტ-იანგის თეორემის საფუძველზე მოცემულია ნებისმიერი რიგის ტენზორის დაახლოების სესადკლებლობა პირველი რიგის ტენზორების საშუალებით;
 - b. მიღებულია არაწრფივი განტოლებების ახალი სისტემა საწყისი ტენზორის დაშლის პირველი რიგის ტენზორების ელემენტების (როგორც სისტემის უცნობების) მიმართებაში;
 - c. არაწრფივი დიდი თანრიგის მატრიცებისათვის შემუშავებულია სინგულარული მნიშვნელობების და სინგულარული ვექტორების განსაზღვრის ამოცანის სრული ამოხსნის ახალი ალგორითმი.
2. ზემოთ აღნიშნული შედეგების საფუძველზე წარმოდგენილია სინგულარული სპექტრის ანალიზის ახალი რიცხვობრივი მეთოდი;
3. მოცემული ნაშრომის შედეგები საშუალებას იძლევა შეიქმნას ანალიზის ახალი მეთოდები შემდეგი ობიექტებისათვის:
 - a. არა-სტაციონარული დროითი მწკრივები არაწრფივი ტრენდებით (უნივერსალური ფილტრი);
 - b. მრავალ-კომპონენტური დროითი მწკრივები, რომლების შეიცავენ პერიოდულ და შემთხვევით კომპონენტებს.

კვლევის მეთოდები

ნაშრომში გამოყენებულია შემდეგი მეთოდები: ტენზორული ალგებრა, დაბალი რიგის ტენზორული აპროქსიმაცია, მატრიცული ფაქტორიზაცია, არაწრფივი სისტემების რიცხობრივი ამოხსნა, ფურიერის გარდასახვა და ფილტრების თეორია, პროგრამირება MatLab –ში.

პრაქტიკული მნიშვნელობა

ნაშრომის პრაქტიკული მნიშვნელობა მდგომარეობს იმაში, რომ შემუშავებული ალგორითმები შესაძლებელია წარმატებით გამოყენებულიქნას ნებისმიერი ბუნების დროითი მწკრივების არა-პარამეტრული ანალიზისა სისტემების დაპროგრამებაში.

ნაშრომის აპრობაცია. ნაშრომის შედეგები წარმოდგენილი იყო საერთაშორისო კონფერენციაზე „გამოყენებითი ფიზიკის აქტუალური საკითხების“, რომელიც მიემდგვნა ფიზიკის ფაკულტეტის დაარსებას და რაფიელ ჩიქოვანის 80 წლის იუბილეს, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი (2011).

გამოქვეყნებული ნაშრომები

დისერტაციის საკითხებზე გამოქვეყნდა 4 ნაშრომი.

სტრუქტურა და მოცულობა

ნაშრომი მოიცავს 146 ნაბეჭდ გვერდს, შედგება 3 თავისგან, შეიცავს 31 ნახატს, 6 ცხრილს, ლიტერატურის ჩამონათვალს და დანართს.

2. დისერტაციის შინაარსი

შესავალი

წარმოდგენილია დაუსაბუთებელი არა-კვადრატული მატრიცების მარცხენა და მარჯვენა სინგულარული მნიშვნელობები და მარცხენა და მარჯვენა სინგულარული ვექტორები

ახალი მეთოდი. სინგულარული მნიშვნელობების დაშლა (SVD), რომელიც წარმოადგენს საკუთრივი სიდიდის დაშლის (EVD) განზოგადებას, საშუალებას იძლევა გამოვთვალოთ არა-ხაზოვანი მატრიცების ერთეული (სწორი) სიდიდეები. მიუხედავად მისი განუსაზღვრელობისა და ეფექტურობისა, ზოგიერთი დროითი მწკრივების ანალიზის პრობლემებში (გგულისხმობთ სინგულარული სპექტრის ანალიზს), იგი ფართოდ არ გამოიყენება ინჟინერიის ბევრ სფეროში, მათ შორის მათემატიკურ ინჟინერიაში. მეთოდის გამოყენება ახლახანს დაიწყო მეცნიერებისა

და ეკონომიკის რამოდენიმე სფეროში: გამოიყენება: ფინანსებში ექსპერიმენტულ მონაცემებში, მაკრო- და მიკროეკონომიკაში, კომუნიკაციის სიგნალებში, გეოფიზიკაში და სხვა.

კლასიკური სინგულარული მნიშვნელობების დაშლის გამოყენებას მივყავართ საკუთრივი სიდიდეების და მაღალი სივრცული მატრიცების საკუთრივი ვექტორების გამოთვლის აუცილებლობამდე. არსებობს მათი კომპიუტერული გამოთვლის ბევრი ცნობილი და ფართოდ გამოყენებული მეთოდები. მიუხედავად მათი ძალიან განსხვავებული ბუნებისა, ყველა ეს მეთოდი შეიძლება ხასიათდებოდეს მსგავსი ნაკლოვანებებით: დიდი მოცულობის გამოთვლების აუცილებლობა, არა სანდო სტაბილურობა და მგრძობელობა ძირითადი მატრიცების შეუნარჩუნებლობისათვის. ამ პრობლემების თავიდან აცილებისათვის შემუშავდა ახალი მეთოდი, რომელიც დაფუძნებულია პრინციპულად განსხვავებულ მიდგომაზე.

ეკარტ-იანგის თეორემის საფუძველზე გამოჩნდა, რომ თითოეული მეორე რიგის r -თანრიგის ტენზორი შესაძლებელია წარმოდგენილი იყოს როგორც პირველი თანრიგის r -რიგის „ერთნაირი“ ტენზორები. შემუშავდა განტოლების ახალი სისტემა „ერთნაირი“ ტენზორის გენერატორების ვექტორისათვის. შემუშავდა სისტემის გადაწყვეტის ალტერნატიული მეთოდი. მეთოდის შედეგები შედარდა სინგულარული მნიშვნელობების დაშლის პრობლემის კლასიკურ მეთოდებს.

ასევე შეიქმნა სინგულარული სპექტრის ანალიზზე დაფუძნებული შიდა სტრუქტურების დროითი მწკრივების ანალიზის მეთოდი. ნაჩვენებია, რომ იმ შემთხვევაში, როდესაც დროითი მწკრივები მოიცავს განმსაზღვრელ გამომწვევ კომპონენტებს, მატრიცების ტრაექტორიის თანრიგი უდრის კომპონენტების პარამეტრების რიცხვს. ასევე დამტკიცდა, რომ ორივე, საკუთრივი და ფაქტორული ვექტორები იმეორებენ ადიქტიური კომპონენტების ფორმებს და ორივე, საკუთრივი სიდიდეების და საკუთრივი ვექტორების დაყოფა შესაძლებელია ადიქტიურ ჯგუფებად. იდენტიფიცირებულ (აღმოჩენილ) იქნა განსაზღვრული კომპონენტების ზოგიერთი სასარგებლო ნიმუში, რომლებიც საშუალებას იძლევა ვაწარმოთ შიდა სტრუქტურების დროითი მწკრივების გრაფიკული ანალიზი.

ყველა თეორიული შედეგი მიღებულ იქნა სხვადასხვა დროითი მწკრივების მეშვეობით, ამ უკანასკნელმა საშუალება მოგვცა დავრწმუნდეთ, რომ შემუშავებული მეთოდი იდეალურად მუშაობს, როგორც არაპარამეტრული ფილტრი არასტაციონარული პროცესებისათვის.

I თავის მოკლე შინაარსი

თავი 1 მიეძღვნა დროითი მწკრივების არსებული მეთოდების დეტალურ ანალიზს. კერძოდ, განხილულ იქნა დომეინის მეთოდები: ავტო რეგრესია, მოძრავი საშუალო სიდიდე, ავტო რეგრესიის მოძრავი საშუალო სიდიდე. შემდგომში განხილულ იქნა სიხშირის დომეინის მეთოდები და დეტალურად იქნა შესწავლილი: ფურიერი, ლაპლასი, Z-ტრანსფორმაციები, სპექტრული ანალიზი და ფილტრების აგების პრინციპები, აღინიშნა, რომ ყველა ჩამოთვლილი მეთოდები განეკუთვნება დროითი მწკრივების ანალიზის ე.წ. პარამეტრულ მეთოდებს. ბევრ დადებითთან ერთად (როგორცაა მკაცრად დადგენილი მათემატიკური აღმოჩენები, ეფექტური გაანგარიშება და სხვა), მათ აქვთ ასევე მნიშვნელოვანი უარყოფითი მხარეები. ამ უარყოფით მხარეებს აქვთ მათი პარამეტრული ბუნება: ყველა მათგანის გამოსაყენებლად აუცილებელია შესაბამისი პარამეტრების სიდიდეების მოცულობაზე პრიორიტეტულობის დასკვნის გაკეთება. ეს ეფექტურს ხდის მეთოდების გამოყენებას, რაც ძლიერადაა დამოკიდებული მკვლევარის პიროვნულ თვისებებზე: გამოცდილება და ინტუიცია. ეს უკანასკნელი განსაზღვრავს დროითი მწკრივების ანალიზის პრობლემების მიმართ არა-პარამეტრული მიდგომების შემუშავების აუცილებლობას.

ასეთი ტიპის მეთოდებიდან ერთ-ერთი ყველაზე ძლიერია სინგულარული მნიშვნელობების დაშლა (SVD). სინგულარული მნიშვნელობების დაშლა, წარმოადგენს რა საკუთრივი სიდიდის დაშლის განზოგადებას, საშუალებას იძლევა გამოვითვალოთ არა-კვადრატული მატრიცების ერთეული (სწორი) სიდიდეები. მიუხედავად მისი განუსაზღვრელობისა და ეფექტურობისა ზოგიერთ დროითი მწკრივების ანალიზის პრობლემებში (ვგულისხმობთ სინგულარული სპექტრის ანალიზს), იგი ფართოდ არ გამოიყენება ინჟინერიის ბევრ სფეროში, მათ შორის მექანიკურ ინჟინერიაში. დღესდღეისობით ამ მეთოდის გამოყენება ახლახანს

დაიწყეს მექანიკის რამოდენიმე სფეროში და გამოყენებით ფიზიკაში: ექსპერიმენტალური მონაცემების გამოყენება ვიბრირების პრობლემებში, ამპლიტუდის განტოლებების კოეფიციენტების რიცხვობრივ გამოთვლებში და ჩვეულებრივ ფორმებში, ჰამილტონის მექანიკის ზოგიერთ პრობლემაში.

დასახელებული უპირატესობების მიუხედავად, სტატიკური ერთეულის გაყოფის მეთოდი პრობლემას წარმოადგენს, რომელიც დაკავშირებულია სინგულარული მნიშვნელობების და ვექტორების გამოთვლასთან, რომელიც ბევრ შემთხვევაში ქმნის ბევრ წმინდა კომპიუტერულ პრობლემას: ტრანექტორიის მატრიცა X და კოვარიანტული მატრიცა $S=XX^T$ შესაძლებელია წარმოადგენდეს შეცდომას, რომელსაც მივყავართ ერთეული ან საკუთრივი სიდიდეების და მათი ვექტორების არასტაბილურ გამოთვლამდე.

თავი I დამთავრდა საბოლოო ობიექტების გასაზღვრებით:

1. სტატიკური ერთეულის გაყოფის ერთეული (საკუთრივი) სიდიდეების და ვექტორების დადგენის ახალი მეოდეების შემუშავება, რათა თავიდან იქნეს აცილებული მათი პირდაპირი ალგებრული გამოთვლა;
2. დროითი მწკრივების ანალიზის ახალი, მარტივი და სტაბილური ალგორითმის შექმნა და დაშლა ერთეული (საკუთრივი) სიდიდეებისა და ვექტორების დადგენის შემუშავებული მიდგომის საფუძველზე;
3. შესაბამისი პროგრამის შექმნა.

II თავის მოკლე შინაარსი

კლასიკური სინგულარული მნიშვნელობების დაშლის გამოყენებას მივყავართ მაღალი სივრცული მატრიცების საკუთრივი სიდიდეებისა და საკუთრივი ვექტორების გამოთვლის აუცილებლობასთან. არსებობს მათი გამოთვლის ბევრი კარგად ცნობილი და ფართოდ გამოყენებული მეთოდები. პირველ რიგში, ხაზს ვუსვამთ ე.წ. ტრანსფორმაციის მეთოდების დიდ ჯგუფს: შური, LR, QR, ჯაკობი, ჟივენსი და ჰაუსჰოლდერი და სხვა. ასევე დადგენილია მრავალწევრიანი განმეორების მეთოდების ფართო გამოყენება $((A - \lambda B)$ განმსაზღვრელის ფესვების პირდაპირი გამოანგარიშება) და მეთოდთა ჯგუფი (ვარიაციული), რომელიც დაფუძნებულია

საკუთრივი სიდიდეების (რაილეილის განაყოფი) სტაციონარულ თვისებაზე. ჩვენ არ განვიხილავთ, მათ, ვინაიდან ყველა ეს მეთოდი კარგად ცნობილია და ნებისმიერს შეუძლია მათი დეტალური აღწერის მოძიება ბევრ კლასიკურ თუ თანამედროვე წიგნებსა და მონოგრაფიებში.

დაბალი თანრიგის ტენზორული ტოლობები

მიუხედავად მათი ძალიან განსხვავებული ბუნებისა, ყველა ეს მეთოდი შეიძლება ხასიათდებოდეს მსგავსი ნაკლოვანებებით: დიდი მოცულობის გამოთვლების საჭიროება, არასანდო სტაბილურობა და მგრძობელობა ცუდი კონდიციისადმი. ეს უკანასკნელი პრობლემა (ცუდი კონდიცია) ძალიან მნიშვნელოვანია განსაკუთრებით სტატიკური ერთეულის გაყოფისათვის, ვინაიდან მატრიცა X , რომელიც აგებულია შესწავლილ მონაცემებზე, შესაძლებელია გადაიქცეს ცუდ კონდიციად. გამოთვლების ამ პრობლემების თავიდან ასაცილებლად, შევიმუშავეთ ახალი მიდგომა და ალგორითმები, რომლებიც ეფუძნება პრინციპულად ახალ მიდგომას.

ნაშრომის ყველა შედეგი ეფუძნება ტოლობის კონცეპციას დაბალი თანრიგის ტენზორებით და ეკარტ-იანგის თეორემას.

განსაზრვრება: საუკეთესო თანრიგის- r ტოლობა ტენზორთან $t \in V_1 \otimes \dots \otimes V_k$ არის ტენზორი s_{\min} $\|s_{\min} - t\| = \inf_{\text{rank}(s) \leq r} \|s - t\|$. ეს უკანასკნელი წარმოქმნის ეკარტ-იანგის პრობლემას: საუკეთესო r -თანრიგის ტოლობა k რიგის ტენზორისათვის.

პრობლემა ზოგადად არ არის მოგვარებადი. თუმცა მატრიცებისთვის დამტკიცდა, როგორც ეკარტ-იანგის თეორემა. მოცემულია $a \times p \times n$ მატრიცა X , $r \leq n \leq p$ თანრიგის და მისი სინგულარული მნიშვნელობების დაშლა, $U \Lambda V'$, სინგულარული მნიშვნელობებით კლებადი რიგითობით

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3 \geq \dots \lambda_n \geq 0,$$

შემდეგ არსებობს $a \times p \times n$ მატრიცა B s , $s \leq r$ თანრიგის, რომელსაც მინიმუმამდე დაჰყავს კვადრატული შეცდომის ოდენობა A -სა და B -ს შესაბამის ელემენტებს შორის როდესაც $B = U \Lambda_s V'$,

სადაც Λ_s -ს დიაგონალური ელემენტები არის

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3 \geq \dots \lambda_s > \lambda_{s+1} = \lambda_{s+2} = \dots = \lambda_n = 0.$$

თეორემა ამტკიცებს, რომ მატრიცა X-ის s ზომებში კვადრატის უმცირესი ტოლობის პოვნა შესაძლებელია A-s ყველაზე მცირე n-s ფესვების შენაცვლებით ნულებით და ხელახალი გამრავლებით $U\Lambda V'$ -ზე.

თეორემის მიხედვით გამოდის, რომ შესაძლებელია $K \times L$ მატრიცა X-ის ($r \leq \min(K,L)$ თანრიგით) მამრავლებად დაშლა განვახორციელოთ სინგულარული მნიშვნელობების დაშლით როგორც

$$X = \sum_{i=1}^r \lambda_i X_i = \sum_{i=1}^r H_i, \quad (1)$$

სადაც X_i – 1-თანრიგის მატრიცებია, რომელიც შესაძლებელია წარმოადგენდეს კრონეკერის ნამრავლს $X_i = u_i \otimes v_i$ მარცხენა u_i და მარჯვენა v_i სინგულარული ვექტორებისა, რომლებიც შეესაბამება ერთეულ სიდიდეს λ_i (ეს უკანასკნელი ნიშნავს, რომ ორივე X_i მატრიცები და ამასთანავე საწყისი მატრიცა X, არის გაყოფადი (ის რაც იყოფა სხვადასხვა კომპონენტებად) და $H_i = \lambda_i X_i$ - ასევე 1-თანრიგის მატრიცა. გაითვალისწინეთ, რომ H_i ასევე გაყოფადია, ასე რომ $H_i = a_i \otimes b_i$ სადაც a_i და b_i არიან ხაზოვნად დამოუკიდებელი ვექტორები. მათი გამოსახვა შესაძლებელია მარცხენა u_i და მარჯვენა v_i სინგულარული ვექტორებით.

$$a_i = \sqrt{\lambda_i} u_i \text{ and } b_i = \sqrt{\lambda_i} v_i.$$

თითოეული ვექტორების ამ ორი სისტემიდან u_i ($i=1,2,\dots,K$) და v_i ($i=1,2,\dots,L$) არის ორტონორმული სისტემა, ამასთანავე, აკმაყოფილებს X_i -ის კუმშვას

$$(X_i, X_j^*) = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases} \quad (2)$$

შესაძლებელია (1) მეორე რიგის ტენზორის (r -თანრიგის) X დაშლა „ერთნაირი“ ტენზორების X^1 (1-თანრიგის) სისტემის საშუალებით. საინტერესოა ხაზი გავუსვათ, რომ სინგულარული მნიშვნელობების λ_i ინტერპრეტირება შესაძლებელია როგორც ტენზორ X-ის პროექციის X_i ($i=1,2,\dots,r$) ტენზორებზე მაგნიტუდებად. ასეთი

ინტერპრეტირების გამართლება გამომდინარეობს შემდეგიდან (2):

$$(X, X_j) = \left(\sum_{i=1}^r \lambda_i X_i, X_j \right) = (\lambda_i ((u_i \otimes v_i), (u_j \otimes v_j))) = \begin{cases} \lambda_j, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}$$

თუ ცნობილია სინგულარული მნიშვნელობები და ორივე ტიპის სინგულარული ვექტორები, შეგვიძლია დაშლის გამოყენება (1). ახლა გვინტერესებს ინვერსიის პრობლემა: ამის გაკეთება შესაძლებელია მატრიცა H_1 -ის თანმიმდევრული გამოთვლით, X -ის ელემენტებსა და შესაბამის H_1 -ის ელემენტებს შორის კვადრატის ოდენობის შეცდომების მინიმუმადე დაყვანის საშუალებით. შეცდომების კვადრატული ოდენობის გამოსახვა შესაძლებელია შემდეგნაირად

$$S^2 = \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^L (x_{ij} - h_{ij})^2 = \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^L (x_{ij} - a_i b_j)^2$$

ნათელია, რომ ეს არის $(K+L)^2$ უცნობი ცვლადი სიდიდეების a_i^j ($i, j = 1, \dots, K$) და b_j^i ($i, j = 1, \dots, L$) ფუნქცია. ანუ, S^2 -ის მინიმუმადე დაყვანას მიყვავართ განტოლების სისტემამდე

$$\sum_{j=1}^L x_{ij} b_j - a_i \sum_{j=1}^L (b_j)^2 = 0; \quad (i = 1, \dots, K)$$

$$\sum_{m=1}^K x_{nm} a_m - b_n \sum_{m=1}^K (a_m)^2 = 0. \quad (n = 1, \dots, L) \quad (3)$$

მეთოდის პასუხი იძლევა ვექტორებს a და b , რომელიც განსაზღვრავს მატრიცა X -ის საუკეთესო მიახლოებით მნიშვნელობას 1-თანრიგის მატრიცა H_1 -ით. ფაქტიურად, მატრიცა H_1 არის დაშლაში პირველი წევრი (1). შემდეგ, იგივე პროცედურის გამოყენებით მატრიცისათვის $X_2 = X - H_1$, ვიღებთ მეორე წევრს H_2 და ასე შემდეგ.

ახლა, დგას პრობლემა - როგორ ამოვხსნათ მეთოდი (3), ვინაიდან უკვე შემავცირეთ მეთოდის ამოხსნის პრობლემის გამოთვლის პრობლემა (3). რამოდენიმე ანალიზი გვაძლევს საშუალებას დავასკვნათ, რომ მეთოდის ამოხსნა შეუძლებელია ანალიტიკურად, ასე რომ შევიმუშავეთ რიცხვობრივი მიდგომა, რომელიც არის სინგულარული მნიშვნელობის დაშლის (SVD) ალგორითმის ბირთვი 1-თანრიგის ტენზორების მიახლოებითი მნიშვნელობის საშუალებით. ქვემოთ წარმოდგენილია

მეთოდის (3) ამოხსნის სრული ალგორითმი და სინგულარული მნიშვნელობის დაშლის (SVD) 1-თანრიგის ტენზორების მიახლოებითი მნიშვნელობის საშუალებით, რომელიც სრულად ეფუძნება ზემოთ მოცემულ თეორიულ მოსაზრებას.

სინგულარული მნიშვნელობის დაშლის (SVD) ალგორითმი 1-თანრიგის ტენზორების მიახლოებითი მნიშვნელობის საშუალებით (მეთოდის ამოხსნა (3)).

შეგვიძლია წარმოვადგინოთ მეთოდი, რომელიც ფაქტიურად არის ამ სისტემის ამოხსნის მეთოდი. იგი იწყება ნებისმიერი დაუსაბუთებელი (დაუდგენელი) მატრიცის (ვექტორის)^{a(1)} არჩევით ზომებით $K \times 1$.

შემუშავებული მეთოდი შედგება ციკლებისა და განმეორებებისაგან. ციკლების საერთო რიცხვი უდრის r -ს, სადაც r არის მატრიცა X -ის თანრიგი ან მარტიცა X -ის სინგულარული მნიშვნელობების რიცხვი. თითოეული ციკლი შედგება განმეორებებისაგან და ციკლი i -ს ბოლოს გვაქვს $H_{(i)}$ სადაც $H_{(i)}$ არის დაშლის $X = \sum_{i=1}^r H^{(i)}$ კომპონენტი და I არის მიმდინარე ციკლის რიცხვი. განმეორების გამოანგარიშება ხდება შემდეგი ნაბიჯების მიხედვით.

ნაბიჯი 1: აირჩიეთ უცნობი (დაუსაბუთებელი) ვექტორი $a^{(0)}$.

ნაბიჯი 2: ააგეთ მატრიცა ტენზორის პასუხის $w^{(0)} = a^{(0)} \otimes b^{(0)}$ მიხედვით, სადაც $b^{(0)}$ არის ვექტორი უცნობი კომპონენტებით; ზედა, ფრჩხილებში მოცემული ინდექსი, გვიჩვენებს განსხვავებების რიცხვს. ამ კომპონენტების გამოთვლა შესაძლებელია პრობენიუსის მატრიცა X -სა და $w^{(0)}$ -ს შორის განსხვავებების ნორმების მინიმუმადე დაყვანის მეშვეობით

$$\min_{1 \leq a_i \leq m} \left(\sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^L (x_{ij} - a_i^{(0)} b_j^{(0)})^2 \right) \quad (4)$$

ნათელია, რომ ამ ნორმის მინიმუმადე დაყვანა უმცირესი კვადრატის მეთოდის განსაკუთრებული შემთხვევაა. შედეგად უნდა მივიღოთ ნორმალური ტოლობები ვექტორი b -ს უცნობ კომპონენტებთან მიმართებაში

$$\frac{\partial \left(\sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^L (x_{ij} - a_i^{(0)} b_j^{(0)})^2 \right)}{\partial b_j^{(0)}} = -2 \sum_{i=1}^L \left(a_i x_{ij} - (a_i^{(0)})^2 (b_j^{(0)}) \right) = 0 \quad (j=1,2,\dots,K) \quad (5)$$

(5) არის ნორმალური ტოლობა (4)-ს პრობლემის მინიმუმადე დაყვანისათვის. ახლა ადვილია b_j -ის უცნობი სიდიდეების განსაზღვრა:

$$b_j^{(0)} = \frac{\sum_{i=1}^L x_{ij} a_i^{(0)}}{\sum_{i=1}^L (a_i^{(0)})^2}, \quad \text{სადაც } j=1,\dots,K. \quad (6)$$

ნაბიჯი 3: ალგორითმის შემდეგი ნაბიჯი მოიცავს $a_i^{(1)}$ -ს გამოანგარიშებას შემდეგი პრობლემის ამოხსნის საფუძველზე

$$\min_{1 \leq a_i \leq K} \left(\sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^L (x_{ij} - a_i^{(1)} b_j^{(0)})^2 \right). \quad (7)$$

(6)-ის მსგავსად, ძალიან ადვილია (7)-ის ამოხსნა წარმოვადგინოთ, როგორც

$$a_i^{(1)} = \frac{\sum_{j=1}^K x_{ij} b_j^{(0)}}{\sum_{j=1}^K (b_j^{(0)})^2}, \quad \text{სადაც } i=1,\dots,L. \quad (8)$$

(8)-ს გამოყენებით შეგიძლიათ ააგოთ ახალი მატრიცა $w^{(1)} = a^{(1)} \otimes b^{(0)}$ თუ ფრობენიუსის $w^{(0)}$ და $w^{(1)}$ მატრიცების სხვაობის ნორმა

$$|w^{(0)} - w^{(1)}|^2 = \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^K (a_i^{(0)} b_j^{(0)} - a_i^{(1)} b_j^{(0)})^2$$

მეტია წინასწარ განსაზღვრულ სიზუსტეზე ε , მაშინ ვიწყებთ ახალ განმეორებას ნაბიჯი 2-დან. ზოგადად i განმეორების დროს, გვაქვს მატრიცა

$$w^{(j)} = \begin{cases} a^{(k)} \otimes b^{(k-1)}, & j = 2k - 1 \\ a^{(k)} \otimes b^{(k)}, & j = 2k \end{cases}$$

თითოეული გამეორების ბოლოს ვამოწმებთ უტოლობას $|w^{(j-1)} - w^{(j)}|^2 \leq \varepsilon$. თუ იგი არსებობს, უნდა შევწყვიტოთ გამეორებები და ეს არის მიმდინარე ციკლის და აღნიშნული მატრიცის $w^{(i)}$ დასასრული როგორც $H_{(1)}$. გაითვალისწინეთ, რომ $H_{(1)}$ არის

პირველი კომპონენტი მატრიცა X-ის სინგულარული მნიშვნელობების დაშლაში (SVD).

შემდეგი ციკლის დასაწყებად გამოვიანგარიშებთ X-ის $H_{(1)} = X_{(2)}$. მატრიცა განსაზღვრავს (3)-ის ტიპის ახალ სისტემას, შემდეგ ზემოთ აღნიშნული ყველა გამეორება შეგვყავს სისტემაში და ასე შემდეგ სანამ მივიღებთ მატრიცას $X_{(r)}$.

ასე რომ ვიღებთ $X = H_1 + H_2 + \dots + H_r + X_n$ სადაც X_n არის ძალიან მცირე, რომელსაც შესაძლებელია ყურადღება არ მიექცეს. ამრიგად, შედეგად ვიღებთ

$$X = \sum_{i=1}^r H_i = \sum_{i=1}^r a_i \otimes b_i = \sum \lambda_i u_i \otimes v_i, \quad (9)$$

სადაც $a_i = \sqrt{\lambda_i} u_i$ და $b_i = \sqrt{\lambda_i} v_i$. ეს უკანასკნელი გვაჩვენებს, რომ მარცხენა და მარჯვენა სიდიდეები შესაძლებელია გამოვსახოთ როგორც

$$u_i = \frac{a_i}{|a_i|} \text{ და } v_i = \frac{b_i}{|b_i|}$$

და (9)-ს გათვალისწინებით სინგულარული მნიშვნელობა შესაძლებელია გამოისახოს როგორც

$$\lambda_i = |a_i| |b_i|$$

ასე რომ, წარმოდგენილი ალგორითმი ხსნის ზემოთ განსაზღვრულ ინვერსიულ პრობლემას: სინგულარული მნიშვნელობების და ორივე ტიპის სინგულარული ვექტორების განსაზღვრა, მატრიცა X-ის და დაშლა $X = \sum_{i=1}^r \lambda_i X_i = \sum_{i=1}^r H_i$ გამოყენებით.

რიცხვითი მაგალითი

ავიღოთ 7 x 9 უცნობი მატრიცა X როგორც ასეთი

91	56	28	41	70	47	53	39	87
84	69	61	95	21	50	49	80	47
22	90	67	91	57	90	5	95	74
89	39	99	68	4	78	7	11	27
39	96	27	96	78	99	95	9	37
30	80	22	33	21	22	81	98	99
10	100	95	22	2	53	5	94	43

მოცემული ალგორითმის გამოყენებით შეგიძლიათ გამოიყვანოთ პასუხები:

სინგულარული მნიშვნელობების მარცხენა მატრიცა U ,

-0.35569	-0.3059	-0.20901	0.468234	0.503812	-0.38498	0.339034
-0.4095	-0.00772	0.111879	0.31376	-0.31634	0.664557	0.423767
-0.44769	0.246117	0.068198	-0.39965	0.640338	0.345064	-0.21336
-0.31265	-0.09686	0.710443	0.315434	-0.11013	-0.20631	-0.48368
-0.41263	-0.61783	-0.07908	-0.56974	-0.30667	-0.14782	0.035616
-0.35506	0.204652	-0.64467	0.243428	-0.27481	-0.01533	-0.53051
-0.3336	0.642504	0.112109	-0.19806	-0.23318	-0.47585	0.378548

სინგულარული მნიშვნელობების ვექტორი არის შემდეგი (461.2871, 138.8151, 131.1465, 95.1335, 60.9844, 53.1163, 24.3178) და სინგულარული ვექტორების მარჯვენა მატრიცა V :

-0.29162	-0.31137	0.257761	0.749985	0.016782	-0.01816	0.327595	-0.20302	-0.19985
-0.43798	0.158633	-0.13797	-0.324	-0.24633	-0.29552	0.369812	-0.57869	0.198355
-0.31766	0.336586	0.53534	0.082598	-0.15855	-0.32158	-0.06513	0.474559	0.366593
-0.37754	-0.25854	0.230092	-0.178	-0.03695	0.744682	-0.16067	-0.09081	0.340615
-0.21803	-0.3641	-0.19089	-0.22996	0.566128	-0.13091	0.449455	0.407036	0.158897
-0.36466	-0.16409	0.314555	-0.37018	0.133434	-0.19005	-0.32438	-0.03215	-0.66629
-0.2449	-0.3958	-0.45332	0.052583	-0.63831	-0.09834	-0.14042	0.366842	-0.06083
-0.35221	0.609867	-0.29172	0.094344	0.038554	0.397232	0.224031	0.24615	-0.3741
-0.33932	0.098332	-0.38601	0.304076	0.406582	-0.18344	-0.59053	-0.16904	0.239722

იგივე პასუხების მიღება შესაძლებელია სტანდარტული მათ. ლაბ პროცედურის მეშვეობით:

თავი 3 მოკლე შინაარსი

სტატიკური ერთეულის გაყოფის, როგორც უნივერსალური ფილტრის გამოყენება

სტატიკური ერთეულის გაყოფას წარმოვადგენთ, როგორც უნივერსალურ ფილტრს ტრანზაქციების რიცხვების დროითი მწკრივების მაგალითით 463 დღიური დაკვირვებისათვის. ასევე ვადარებთ სტატიკური ერთეულის გაყოფის გამოყენების შედეგების ანალიზის შედეგებთან, რომლებიც შესრულებულია კონვერციული ფილტრის აგების მეთოდებით. ფაბულა წარმოდგენილია სურათზე 1. დროითი

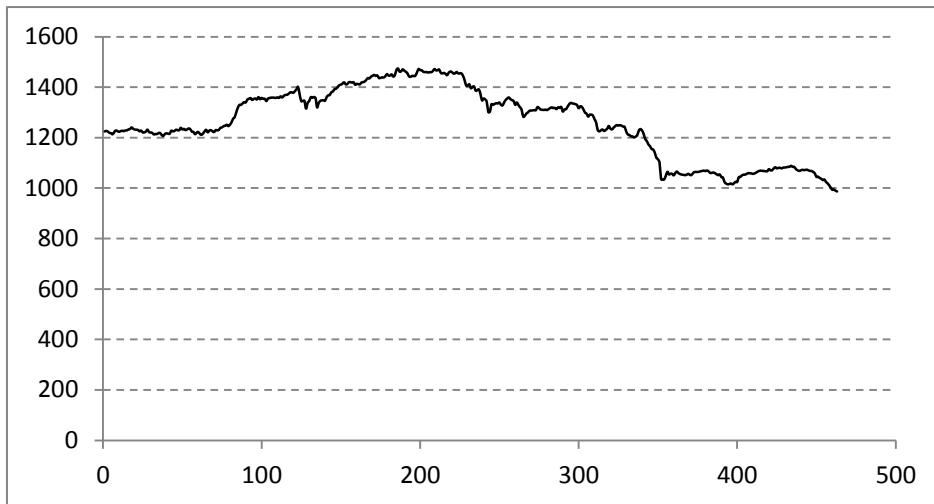
მწკრივების ვიზუალური ანალიზი საშუალებას იძლევა ადვილად დავასკვნათ, რომ იგი მოიცავს შემდეგ კომპონენტებს: 1. ტენდენცია, რომელიც ხაზოვანი ჩანს ან ოდნავ არა-ხაზოვანი; 2. დაბალი სიხშირის ძალიან ნელი მერყეობა ამ ტენდენციაზე; 3. შედარებით მაღალი სიხშირის რამოდენიმე კომპონენტი. ეს უკანასკნელი მეტყველებს იმაზე, რომ თუ საჭიროა ამ კომპონენტების განცალკევება (შესაძლოა არა ყველა მათგანის: მაგალითად, პირველი და მეორე მესამისგან და ასე შემდეგ) უნდა შექმნათ განსხვავებული სახის (ტიპის) დაჯგუფების გარეშე ფილტრები. ასეთი ტიპის ფილტრების შექმნა მოითხოვს პირველ რიგში შესაბამისი სიხშირეების ჩამოჭრას, რომელიც თავის მხრივ მოითხოვს დროითი მწკრივების ფურიერის სპექტრის გამორკვევას. მაგრამ იმის გამო, რომ საწყისი დროითი მწკრივები მოიცავს ტენდენციებს (გადახრებს), ამიტომ არ არის სტაციონარული (მდგრადი), ამის გამო საჭიროა პირველ რიგში ტენდენციის (გადახრის) გამორიცხვა. ჩვენ ეს გავაკეთეთ ხაზოვანი რეგრესიის ანალიზის სტანდარტული პროცედურის მეშვეობით (ეს ნიშნავს, რომ დავუშვით, რომ ეს გადახრა ხაზოვანია), რომლის შედეგებიც მოცემულია ცხრილში.1. გადახრის რეგრესიის განტოლება არის $y = 0.59 * t + 1396.08$, სადაც $t = 1, \dots, 463$ განცალკევებული დროითი მოძრაობის დაკვირვებები. დაბალი დონის Rკვადრატი (0.33) მეტყველებს, რომ გადახრა არ არის ძალიან ინტენსიური, მაგრამ ძალიან მაღალი დონის F კრიტერიუმი (224.5) ამტკიცებს ხაზოვანი მოდელის საკმარის ადეკვატურობას. ეს უკანასკნელი საშუალებას იძლევა გამოვრიცხოთ მისი გადახრა მისი სუბსტრაქციით საწყისი დროითი მწკრივებიდან. პასუხი ნაჩვენებია ცხრილში.2. ახლა შეგვიძლია გავითვალისწინოთ ტრანსფორმირებული დროითი მწკრივები, როგორც სტაციონარული და გამოვიყენოთ FFT (სწრაფი ფურიერის ტრანსფორმაცია) რათა გავაკეთოთ ტრანსფორმირებული დროითი მწკრივების სპექტრი. სტაციონარული დროითი მწკრივების სპექტრის პასუხი გამოსახულია სურათზე.3.

ცხრილი 1

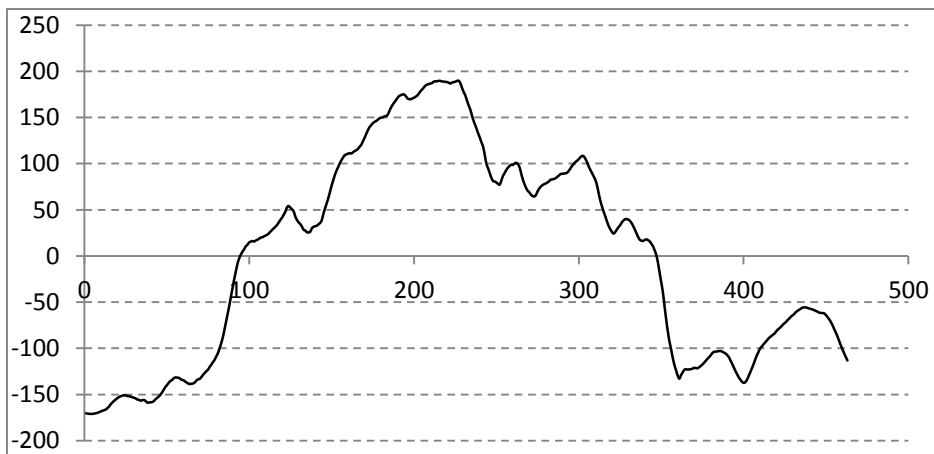
ტრანზაქციული დროითი მწკრივები ხაზოვანი რეგრესიის სტატისტიკა								
უმცირესი ჯერადი R	0.57							
R კვადრატი	0.328							
დადგენილი R	0.32							

კვადრატი								
სტანდარტული შეცდომა	114.17							
დაკვირვებები	463							
ANOVA ჯგუფებს შორის განსხვავებების ანალიზი								
	df (თავილუფების ხარისხი)	SS (კვადრატების ჯამი)	MS (კვადრატების საშუალო ჯამი)	F _{cal} (გამოთვლილი მნიშვნელობა)	F _{ta} (კრიტიკული მნიშვნელობა)			
რეგრესია	1	2926296.914	2926297	224.4711	1.25E-41			
ნაშთი	461	6009785.369	13036.4					
ჯამი	462	8936082.283						
		სტანდარტული შეცდომა Standard Error	t სტატ	P-სიდიდე P-value	95%-ზე დაბალი	95%-ზე მაღალი	95%-ზე დაბალი	95%-ზე მაღალი
შეჩერება	1396.08	10.62	131.337	0	1375.19215	141 6.97	1375 .19215	1416.96962
X ცვლადი სიდიდე 1	-0.59	0.039700792	-14.982	1.25E-41	-0.67282843	-0.516795	-0.6728284	-0.51679454

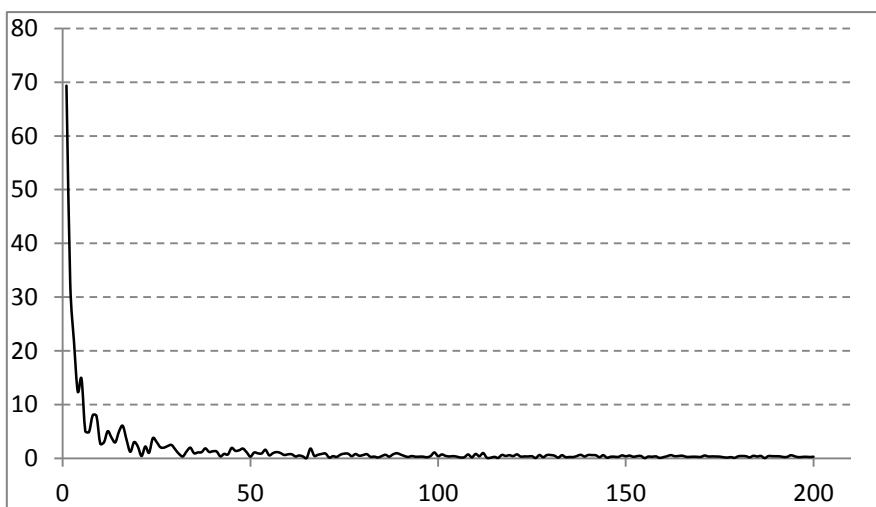
სპექტრის მიმოხილვა აჩვენებს, რომ ყველაზე დიდი ენერგეტიკული კომპონენტები შედის $0 \div 20$ Hz. სიხშირეების ინტერვალში. კომპონენტები, რომლებიც მოიცავენ 25-ზე მეტ სიხშირეებს, შესაძლებელია გამოირიცხოს (გაბათილდეს), ვინაიდან ისინი წარმოდგენენ ხმაურს. ეს ნიშნავს, რომ ჩამოსაჭრელი სიხშირეები დაბალი გამტარობის ფილტრისთვის უნდა აირჩეს როგორც $f_c = 20$ Hz. გვინდა ხაზი გავუსვათ, რომ ეს უკანასკნელი ტიპურია პარამეტრული მიდგომისათვის, ვინაიდან f_c -ს არჩევა დამოკიდებულია მკვლევარის პირად მოსაზრებაზე, ასე რომ ფილტრირების პასუხი საბოლოოდ დამოკიდებულია ასეთი ტიპის მოსაზრებაზე. იგი უნდა გავითვალისწინოთ როგორც განხილული მიდგომის მნიშვნელოვანი ნაკლოვანება. ასევე მნიშვნელოვანია ხაზი გავუსვათ, რომ ჩვენ უკვე გამოვრიცხეთ (გავაბათილეთ) გადახრა, იმის გათვალისწინებით, რომ იგი არის ხაზოვანი, რომელიც ასევე არის ტიპური პარამეტრული მიდგომა, ვინაიდან გადახრის პოლინომინალური რიგის არჩევა (ზოგადად) ასევე დამოკიდებულია მკვლევარის პირად მოსაზრებასა და გამოცდილებაზე. შემდეგ, 5-რიგის ბატერვორთის დაბალი-გამტარობის ფილტრის არცევით და მათ. ლაბ. ფუნქციების გამოყენებით, რომლებიც აღნიშნულია ამ ნაწილის დასაწყისში, ჩვენ განვაცალკევით საწყისი დროითი მწკრივები (იხილეთ ნახ.4 და ნახ.5).



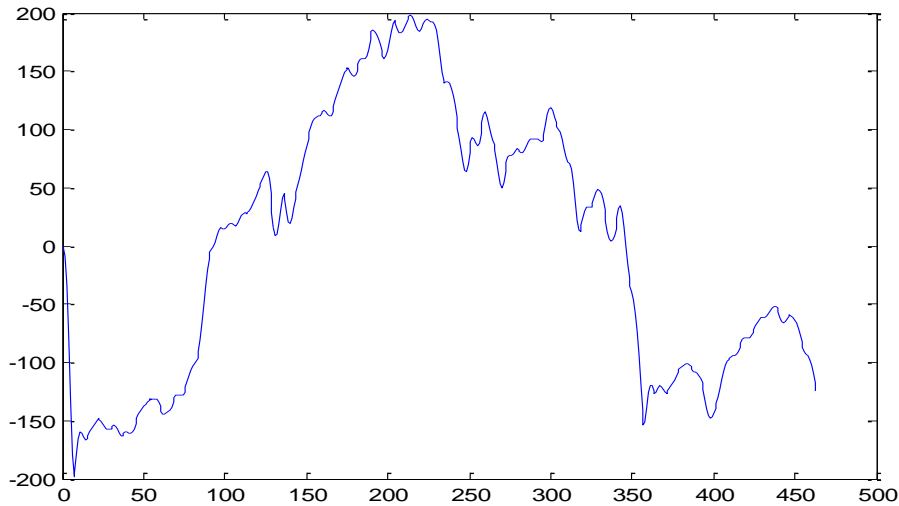
ნახ.1 ტრანზაქციების რიცხვის დროითი მწკრივები (463 ყოველდღიური დაკვირვება).



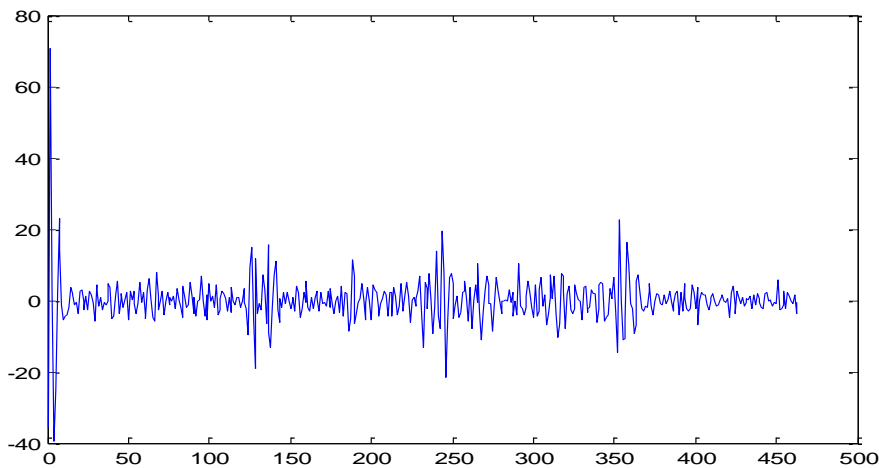
ნახ.2 დროითი მწკრივები ხაზოვანი გადახრის გამორიცხვის (გაბათილების) შემდეგ



ნახ. 3 სტაციონარული დროითი მწკრივების ფურიერის სპექტრი (ნახ. 2)



ნახ. 4 დაბალი სიხშირის კომპონენტი (გაფილტრული სტაციონარული დროითი მწკრივები ნახ. 2).



ნახ. 5 მაღალი სიხშირის კომპონენტი (ხმაური).

მთლიანი MatLab ტექსტური პროგრამა, რომელიც წარმოადგენს ფილტრის აგების პროცესს წარმოდგენილია დანართში ა.3 (იხილეთ სადისერტაციო ნაშრომი). ადვილია იმის შემჩნევა, რომ უნდა გამოვიყენოთ ბევრი სხვადასხვა ტიპის ძალიან სპეციფიკური მათ.ლაბ. ფუნქცია, რომელთა გამოყენებაც მოითხოვს მაღალი დონის პროფესიონალურ უნარ-ჩვევებს. გარდა ამისა, როგორც უკვე ავღნიშნეთ, მნიშვნელოვანი პარამეტრების ასარჩევად ასევე საჭიროა გარკვეული პრაქტიკული გამოცდილება. ქვემოთ წარმოგიდგენთ იგივე პრობლემის გადაჭრას (დროითი მწკრივების ფილტრირება ნახ.1), სტატისტიკური ერთეულის გაყოფის საშუალებით, რაც

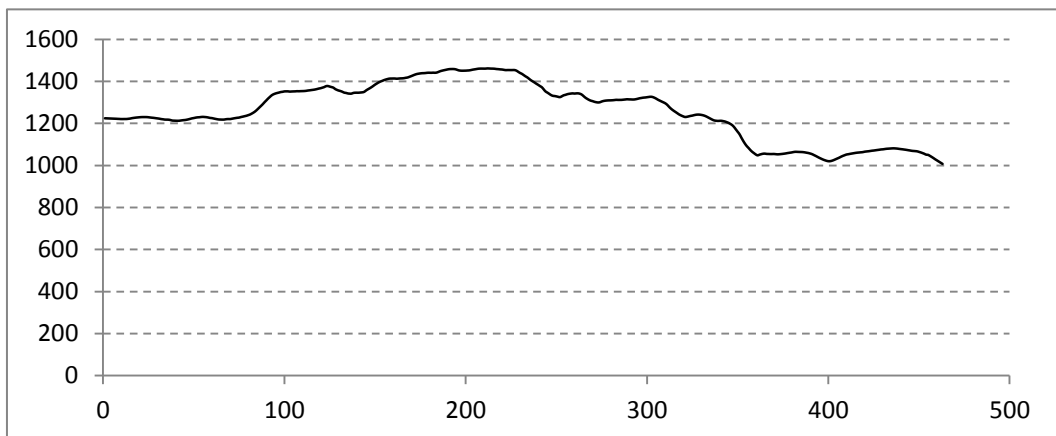
ეფუძნება ჩვენს ერთეულ სიდიდეს და ორივე სინგულარული ვექტორების გამოთვლის მეთოდს.

მატრიცა X-ის ასაგებად ავირჩიეთ ფანჯრის სიგრძე $L = 10$. შემუშავებული მეთოდი იძლევა საწყისი დროითი მწკრივების დაშლას 10 H მატრიცებად და შესაბამის ათ არა ნულოვან ერთეულ სიდიდეებად ცხრილი .2.

ცხრილი.2

სინგულარული მნიშვნელობები	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
სინგულარული მნიშვნელობების ერთობლივი დისტრიბუცია (განაწილება)	85467.86	744.77	319.98	203.87	149.47	133.31	109.69	92.82	81.32	74.20
	97.81%	0.85%	0.37%	0.23%	0.17%	0.15%	0.13%	0.11%	0.09%	0.08%

ცხრილში.2 მოცემული მონაცემების ანალიზი აჩვენებს, რომ პირველ ერთეულ სიდიდეს აქვს ყველაზე დიდი წონა (ჯამში 97.81%) და საშუალებას იძლევა გამოვრიცხოთ (გავაბათილოთ) დანარჩენი 9 სინგულარული მნიშვნელობა და შესაბამისი მატრიცები H_i ($i=2, \dots, 10$). ჰანკელიზაციის პროცესის გამოყენებით ჩვენ აღვადგინეთ საწყისი დროითი მწკრივების კომპონენტი, რომელიც ეფუძნება მატრიცას H_i (ნახ.6).

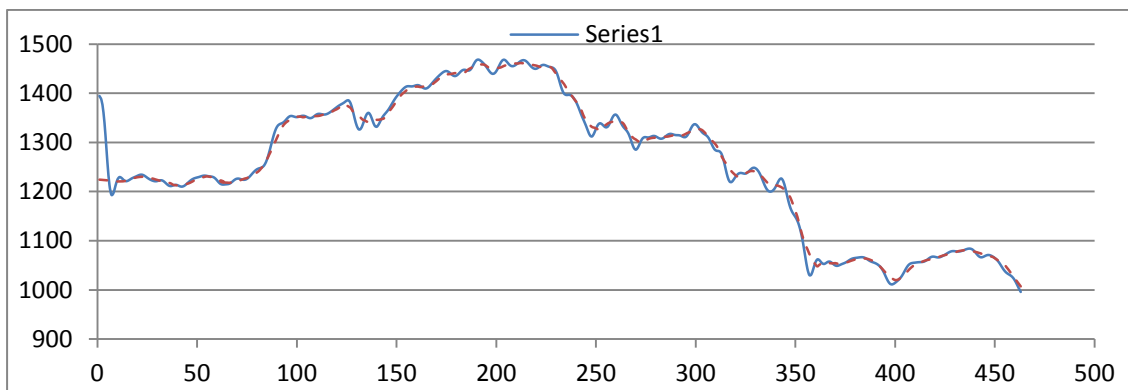


ნახ.6 დროითი მწკრივების კომპონენტი, აღდგენილი სტატისტიკური ერთეულის გაყოფის საშუალებით მატრიცა H_1 -ს საფუძველზე.

შეგვიძლია ვნახოთ, რომ შემუშავებულმა მეთოდმა გაფილტრა დროითი მწკრივები პირდაპირ, გადახრის გამორიცხვის (გაბათილების) გარეშე, ვინაიდან ამკარაა, რომ გაფილტრული კომპონენტი მოიცავს ჩამოჭრილ სიხშირეს. ეს ძალიან

მნიშვნელოვანია, ვინაიდან ფილტრაციის პროცესის განსახორციელებლად საჭიროა მხოლოდ შემუშავებული პროგრამის გაშვება და ინტერესის მიზნებისათვის მზა პასუხების გამოყენება. ეს მიდგომა არ მოითხოვს მათემატიკური რთული პროცესების და მეთოდები გამოყენებას, რომლებიც გამოვიყენეთ ზემოთ სხვა შემთხვევებში, ბატერვორთის (ან ნებისმიერ სხვა) ფილტრის აგებისა და შესრულებისათვის.

შემუშავებული მეთოდის ეფექტურობისა და სიზუსტის შესამოწმებლად, ჩვენ შევადარეთ გაფილტრული კომპონენტები ბატერვორთის ფილტრის საშუალებით (გაფილტრული კომპონენტების ოდენობა და ხაზოვანი გადახრა) ნახაზზე.6. მოცემულ გაფილტრულ კომპონენტებს. ორივე კომპონენტი მოცემულია ნახაზზე.7.



ნახ.7 ბატერვორთის და სტატიკური ერთეულის დაშლის ფილტრირების შედეგების შედარება.

ორი კომპონენტის რიცხვობრივი მონაცემები წარმოდგენილია ა. 1.5-ში (იხილეთ სადისერტაციო ნაშრომი), სადაც მოცემულია აბსოლიტური და შედარებითი განსხვავებები. ძალიან საინტერესოა იმის აღნიშვნა, რომ განსხვავებები უმეტეს შემთხვევებში არ აღემატება 1 პროცენტს. დიდი სხვაობები პირველ ხუთ დაკვირვებაში შეიძლება აიხსნას როგორც ბატერვორთის ფილტრის გამოყენების ნაკლოვანება.

ამ სემინარის დასასრულს აუცილებელია ავღნიშნოთ შემდეგი: მეთოდმა მატრიცა H1-ის საფუძველზე აღდგენილი დროითი მწკრივები (ნახ.6) არ დაყო ხაზოვან გადახრებად და რხევით კომპონენტად. როდესაც მივიღეთ შედგენილი ბატერვორთის დაბალი გამტარობის ფილტრი, ვიზუალური ანალიზის საფუძველზე, დროითი მწკრივები მოიცავდა ხაზოვან გადახრას და შემდეგ გამოვრიცხეთ (გავაბათილეთ) იგი. ზემოთ აღნიშნეთ, რომ როდესაც მკვლევარი ირჩევს გადახრის

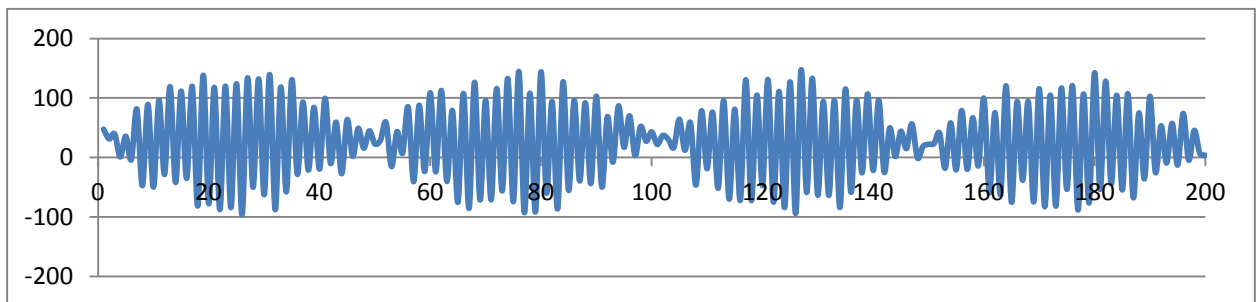
ტიპს, ეს არის პარამეტრული მიდგომა. ასევე ავლნიშნეთ, რომ დროითი მწკრივების შიდა სტრუქტურის გაუარესება გარეგანია, რომელიც პარამეტრულ მიდგომაზე ახდენს გავლენას. პირიქით, არა პარამეტრული სტატისტიკური ერთეულის გაყოფის მეთოდი არ ამჟღავნებს ხაზოვანი გადახრის არსებობას. მაგრამ ამის გამოხატული გლობალური გადახრა, როგორც რთული სფეროს სწორი ფუნქცია (ნახ.6). იგი აჩვენებს დროითი მწკრივების ძლიერ არა-ხაზოვან შიდა სტრუქტურას. ეს უკანასკნელი არის მიზეზი თუ რატომ არის შეუძლებელი მისი დაშლა ბუნებრივად დამატებით კომპონენტებად (ხაზოვანი და რხევითი).

დროითი მწკრივები 1 პერიოდული სიგნალით და ადიტიური ხმაურის კომპონენტით.

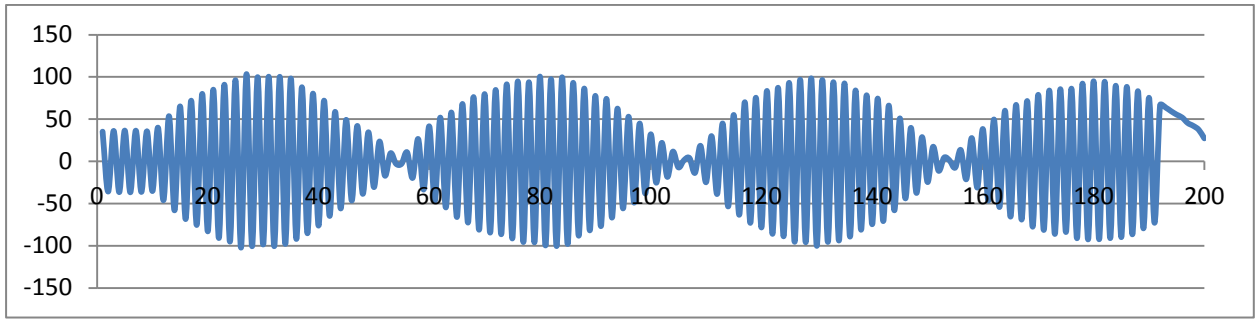
გამოვიყენეთ შესაბამისი სიგნალების ხელოვნური მაგალითები, რომლებიც შეიქმნა მათ.ლაბ-ში. პირველი დროითი მწკრივები გამოსახულ იქნა შემდეგი გამოსახულებით.

$$y(t)=100*\sin(2*\pi*49*t)+50*r ,$$

სადაც r არის შემთხვევითი რიცხვი, რომელიც გამოყვანილ იქნა ერთგვარი განაწილებით ინტერვალში 0-დან 1-მდე. დამოკიდებულ ცვლად სიდიდეში t შეიცვალა 0-დან 2-მდე ნაბიჯით 0.1. მთლიანი სიგნალი გამოსახულია ნახაზში.8. შემდეგ შემუშავებული მეთოდი შედეგად იძლევა, საწყისი სიგნალის ყველა კომპონენტს. ისინი გრაფიკულად არის მოცემული ქვემოთ. გაითვალისწინეთ, რომ ჩვენ ავიღეთ საკმაოდ ძლიერი ხმის კომპონენტი: მისი მაგნიტუდა ედრება ძირითადი სიგნალის მაგნიტუდას.



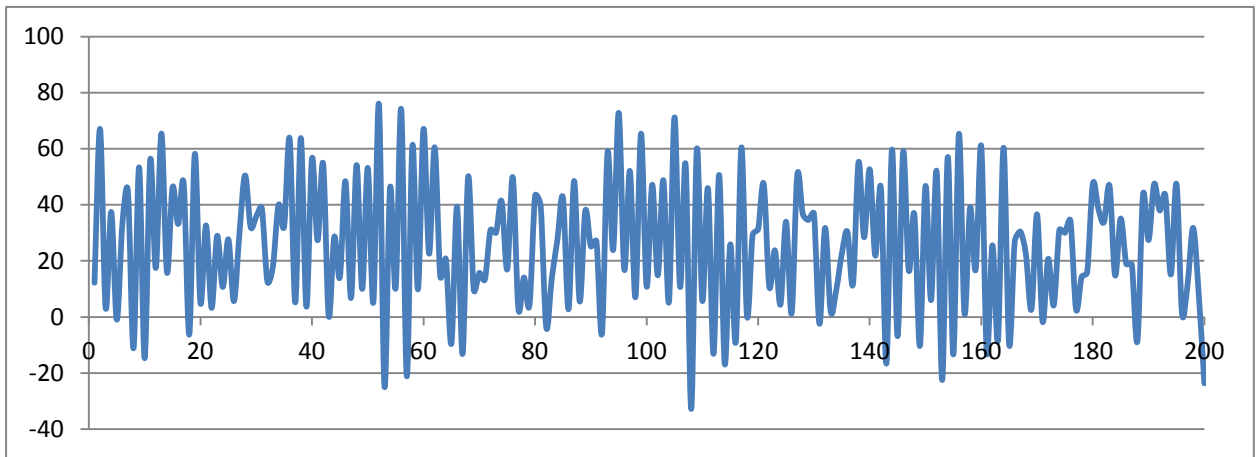
ნახ.8 პერიოდული სიგნალი დამახინჯებული თეთრი ხმის კომპონენტით ($y(t)=100*\sin(2*\pi*49*t)+50*r$).



ნახ.9 სიგნალის $(y(t)=100*\sin(2*\pi*49*t)+50*r)$ პერიოდული კომპონენტი აღდგენილი სტატისტიკური ერთეულის გაყოფის მეთოდით.

ამ კომპონენტის მაგნიტუდის და პერიოდის დადგენა შეგვიძლია პირდაპირ ცხრილიდან.

ნახ.10 გვიჩვენებს სიგნალის შემთხვევით დამატებით კომპონენტს, რომელიც დაანგარიშებულ იქნა როგორც მატრიცა $H_i (i=2, \dots, 10)$ -ს ჯამი.



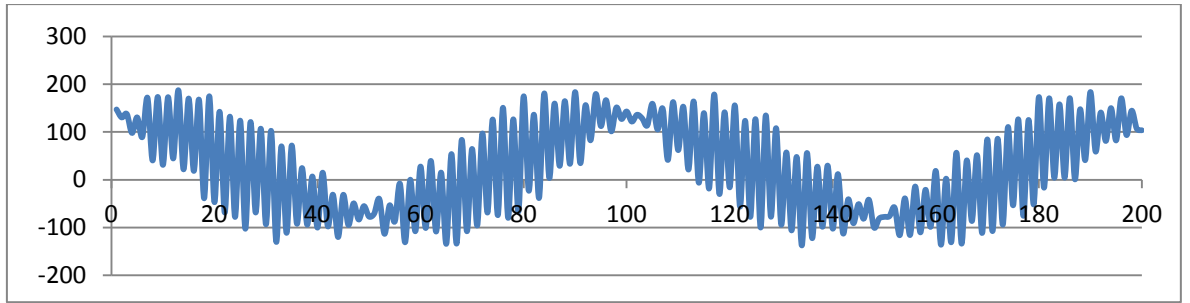
ნახ.10 $(y(t)=100*\sin(2*\pi*49*t)+50*r)$ სიგნალის თეთრი ხმის კომპონენტი, აღდგენილი სტატისტიკური ერთეულის გაყოფის მეთოდით.

ახლა მეორე დროითი მწკრივები წარმოდგენილ იქნა შემდეგი გამოსახულების საშუალებით.

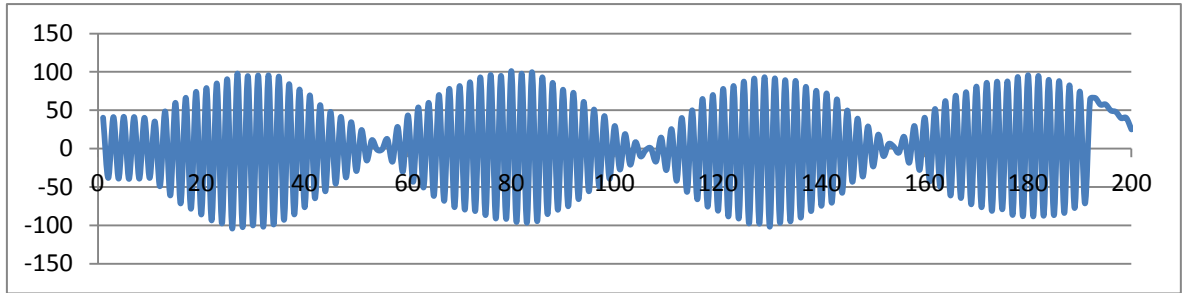
$$y(t)=100*\sin(2*\pi*49*t)+100*\cos(2*\pi*99*t) +50*r ,$$

სადაც r არის შემთხვევითი რიცხვი, რომელიც წარმოიშვა ერთგვარი განაწილებით ინტერვალში 0-დან 1-მდე ნაბიჯით 0.01.

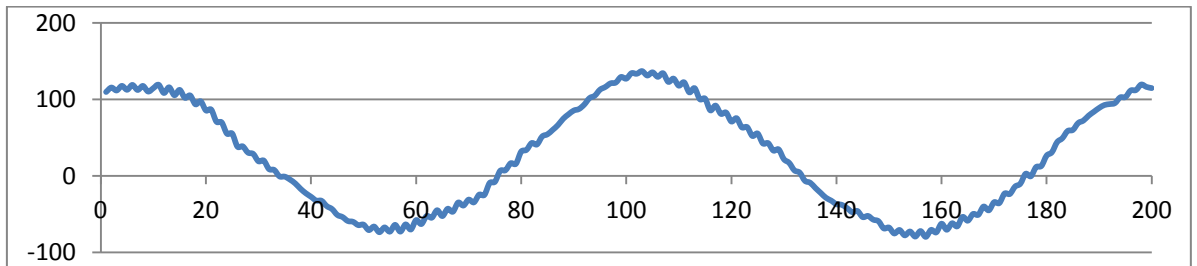
მთლიანი სიგნალი წარმოდგენილია ნახაზში.11. შემდეგ შემუშავებული მეთოდი შედეგად იძლევა საწყისი სიგნალის ყველა კომპონენტს. გაითვალისწინეთ, რომ ჩვენ ავიღეთ საკმაოდ ძლიერი ხმის კომპონენტი: მისი მაგნიტუდა ედრება ძირითადი სიგნალის მაგნიტუდას.



ნახ.11 პერიოდული სიგნალი დამახინჯებული ხმაურის თეთრი კომპონენტით ($y(t) = 100 * \sin(2*\pi*49*t) + 100 * \cos(2*\pi*99*t) + 50*r$).



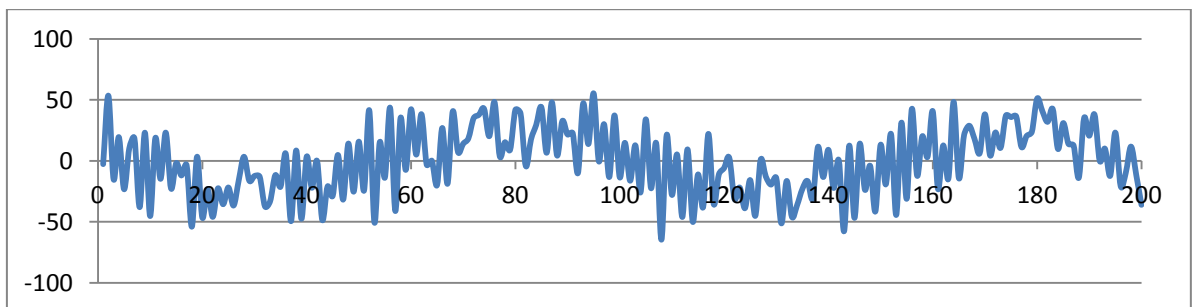
ნახ.12 სიგნალის პირველი პერიოდული კომპონენტი ($y(t)=100*\sin(2*\pi*49*t)+100*\cos(2*\pi*99*t) + 50*r$) აღდგენილი სტატისტიკური ერთეულის გაყოფის მეთოდით.



ნახ.13 სიგნალის მეორე პერიოდული კომპონენტი ($y(t) = 100*\sin(2*\pi*49*t)+100*\cos(2*\pi*99*t) + 50*r$) აღდგენილი სტატისტიკური ერთეულის გაყოფის მეთოდით.

შეგვიძლია ამ კომპონენტების მაგნიტუდა და პერიოდი დავადგინოთ პირდაპირ ცხრილიდან.

ნახ.14 გვიჩვენებს სიგნალის შემთხვევით დამატებით კომპონენტს, რომელიც გამოთვლილ იქნა როგორც მატრიცის $H_i (i=3, \dots, 10)$ საერთო ჯამი .



ნახ.14 სიგნალის ხმაურის თეთრი კომპონენტი ($y(t)=100*\sin(2*\pi*49*t)+100*\cos(2*\pi*99*t) + 50*r$) აღდგენილი სტატისტიკური ერთეულის გაყოფის მეთოდით.

დასკვნა

1. წარმოდგენილია შემთხვევითი არა-კვადრატული მატრიცების სინგულარული მნიშვნელობების და სინგულარული ვექტორების გამოთვლის მეთოდი.
2. ეკარტ-იანგის თეორემის საფუძველზე, ნაჩვენებია, რომ ყოველი მეორე რიგის r -თანრიგის ტენზორი შეიძლება წარმოდგენილ იყოს როგორც პირველი თანრიგის r -რიგის „ერთნაირი“ ტენზორების ჯამი.
3. მიღებულ იქნა განტოლების ახალი სისტემა „ერთნაირი“ ტენზორის გენერატორების ვექტორებისათვის.
4. შემუშავდა სისტემის ამოხსნის გამეორების მეთოდი. მეთოდის შედეგები შედარდა სინგულარული მნიშვნელობები დაშლის პრობლემის ამოხსნის კლასიკურ მეთოდს.
5. ასევე წარმოდგენილია დროითი მწკრივების შიდა სტრუქტურების ანალიზის მეთოდი, რომელიც ეფუძნება სინგულარული სპექტრის ანალიზის.
6. ნაჩვენებია, რომ იმ შემთხვევაში როდესაც დროითი მწკრივები მოიცავს განმსაზღვრელ დამატებით კომპონენტებს, ტრაექტორული მატრიცების თანრიგი უდრის კომპონენტების პარამეტრების რიცხვს.
7. დამტკიცდა, რომ ორივე, საკუთრივი სიდიდეები და ფაქტორული ვექტორები იმეორებენ დამატებითი კომპონენტების ფორმებს და ორივე, საკუთრივი სიდიდეები და საკუთრივი ვექტორები შეიძლება დაიყოს დამატებით ჯგუფებად.
8. იდენტიფიცირებულ იქნა განმსაზღვრელი კომპონენტების რამოდენიმე სასარგებლო ნიმუში, რომელიც საშუალებას იძლევა ვაწარმოთ დროითი მწკრივების შიდა სტრუქტურების გრაფიკული ანალიზი.

დისერტაციის თემაზე გამოქვეყნებულ ნაშრომთა სია

1. Mert, C., Milnikov A.(2011). International Scientific Conference: *Modern Issues of Applied Physics*, Tbilisi, Georgia.
2. Mert, C. & Milnikov, A. (2010). Heuristic Analyzing of Time Series Internal Structure, *IBSU Scientific Journal*, 4(2), 149-155.
3. Mert, C. & Milnikov, A. (2011). Structural Models of Random Vibration's Experimental Data. *Problems of Mechanics*, 1(42), 33-36.
4. Mert, C. & Milnikov, A. (2011). Low Rank Tensor Approximation Algorithm in Singular Value Decomposition Problem. *Problems of Mechanics*, 1(42), 70-79.